



N° 15

EN ESTA RESOLUCIÓN ENCONTRARÁS LOS COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS N° 31 A LA N° 45. DE ÉSTAS, 8 CORRESPONDEN AL ÁREA TEMÁTICA DE FUNCIONES Y 7, AL EJE TEMÁTICO DE GEOMETRÍA.

JUEVES
5 DE SEPTIEMBRE
DE 2013

EN EL MERCURIO

EL JUEVES 12 DE SEPTIEMBRE SERÁ EL TURNO DE LA TERCERA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES.



SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE:

RESOLUCIÓN PRUEBA OFICIAL
MATEMÁTICA PARTE III

RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA PARTE III

PRESENTACIÓN

La presente publicación se abocará a los comentarios de las preguntas N° 31 a la N° 45 que pertenecen a la prueba de matemática publicada el 6 de junio del presente año. De las 15 preguntas, 8 corresponden al Área Temática de Funciones y 7 al Eje Temático de Geometría, cuyos contenidos son de primero a cuarto año medio. En los comentarios de ellas se especifica el contenido que está involucrado y en algunos casos los tópicos previos que son necesarios para su resolución. Además, para cada una se indica el grado de dificultad con que resultó, el porcentaje de omisión que tuvo y se señalan los errores más comunes que probablemente cometieron los alumnos en la resolución de estos ítems.

PREGUNTA 31

La recta L de ecuación $6y + 3x = 2$ interseca al eje de las abscisas en el punto P, como se muestra en la figura 1. El valor de la abscisa del punto P es

- A) $-\frac{1}{3}$
- B) 3
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $-\frac{2}{3}$

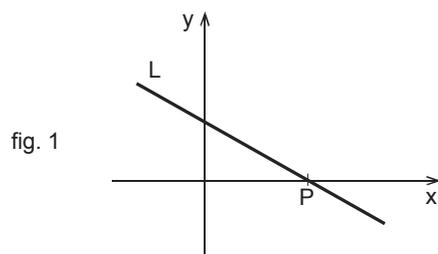


fig. 1

COMENTARIO

Esta pregunta está referida al contenido de ecuación de la recta y para resolverlo el postulante debe reconocer que las coordenadas del punto de intersección entre una recta y el eje de las abscisas es de la forma $(p, 0)$ y encontrar el valor de p .

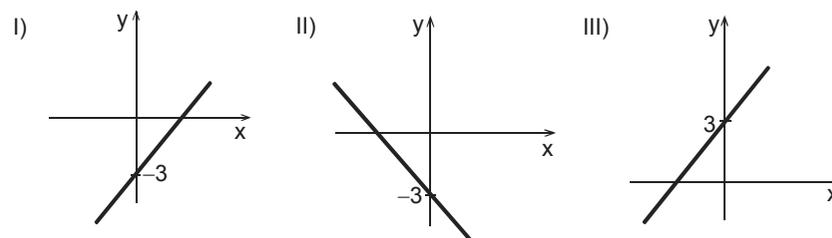
Así, de la figura 1 se tiene que el punto P pertenece al eje x y a la recta L, luego debe satisfacer su ecuación, es decir, $6 \cdot 0 + 3p = 2$, por lo que $p = \frac{2}{3}$, valor que se encuentra en la opción C).

Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 19% de los postulantes que la abordaron la respondieron correctamente y tuvo una omisión de un 67%.

Los distractores más marcados fueron B) y D), ambos con un 5% de las preferencias. Posiblemente quienes marcaron B) consideran como abscisa del punto P al coeficiente numérico que acompaña a la variable x en la ecuación de L obteniendo el valor 3. Por su parte, quienes optan por D) posiblemente confunden abscisa con ordenada, es decir, consideran que el punto P tiene coordenadas $(0, p)$ y evaluando este punto en la ecuación $6y + 3x = 2$, obtienen $p = \frac{1}{3}$.

PREGUNTA 32

¿Cuál(es) de los siguientes gráficos podría(n) representar a una recta de ecuación $y = ax - 3$?



- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Ninguno de ellos.

COMENTARIO

Para resolver esta pregunta relacionada con la interpretación de la pendiente y del intercepto de una recta con el eje de las ordenadas en el sistema de ejes coordenados, el postulante debe identificar de la ecuación de la recta $y = mx + n$, que m es la pendiente y n es el coeficiente de posición.

Es así como, de la recta de ecuación $y = ax - 3$, se identifica el coeficiente de posición que es -3 , por lo que la recta pasa por el punto $(0, -3)$, de esta manera la recta en III) no es la gráfica de la recta.

Por otro lado, la pendiente de la recta es a y como no tiene restricciones, ésta podría ser mayor que cero, caso en el cual la recta estaría graficada en I) o podría ser menor que cero, caso en el cual la recta estaría graficada en II) o podría ser igual a cero, caso en el que la gráfica de la recta sería paralela al eje x pasando por el punto $(0, -3)$.

Del análisis anterior, se tiene que solo las rectas en I) y en II) podrían representar la gráfica de la recta de ecuación $y = ax - 3$, por lo que la clave es D), la que fue marcada por un 21% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y su omisión fue de un 44%.

El distractor más marcado fue A) con un 24% de las preferencias, es posible que quienes optaron por él consideran que el parámetro a solo puede ser positivo, concluyendo así, que solo la gráfica en I) podría representar la recta dada en el enunciado.

PREGUNTA 33

¿Cuál(es) de las siguientes funciones, de dominio el conjunto de los números reales, tiene(n) como gráfica la que se representa en la figura 2?

- I) $f(x) = |x|$
- II) $g(x) = \sqrt{x^2}$
- III) $h(x) = x$

- A) Solo III
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

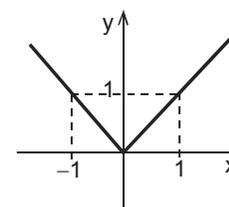


fig. 2

COMENTARIO

Esta pregunta apunta a la identificación de $\sqrt{x^2} = |x|$ y a la gráfica de la función valor absoluto.

Para resolver el ítem el postulante debe reconocer que la gráfica de la figura 2 corresponde a una función de la forma $f(x) = |x|$, además, de la relación descrita anteriormente se tiene que $g(x) = \sqrt{x^2} = |x|$ y como f y g tienen igual dominio las gráficas de estas funciones son la misma, por lo tanto las funciones en I) y en II) tienen como gráfica la figura 2.

En cambio, la gráfica de la función h es una recta que pasa por el origen y es eje de simetría de los cuadrantes I y III, por lo que no está representada en la figura 2.

Así, la opción correcta es B). Esta pregunta resultó difícil, ya que solo un 16% de las personas que abordaron el ítem marcó la opción correcta y su omisión fue de un 69%.

El distractor más marcado fue C), con un 6% de las preferencias, quienes optan por él, posiblemente consideran que $f(x) = |x| = x = h(x)$, caso en el que las gráficas de f y h serían las mismas y coincidentes con la mostrada en la figura 2 y además, no identifican la relación $\sqrt{x^2} = |x|$.

PREGUNTA 34

Si $f(x) = x^2 - x + 3$, entonces $f(1 - x)$ es igual a

- A) $-x^2 + x$
- B) $x^2 - x + 3$
- C) $x^2 + x + 3$
- D) $-x^2 + x + 3$
- E) $-x^2 - 3x + 3$

COMENTARIO

Para resolver esta pregunta relacionada a la función cuadrática el postulante debe evaluar la expresión $(1 - x)$ en la función $f(x) = x^2 - x + 3$, para luego resolver un cuadrado de binomio y reducir términos semejantes.

Así, $f(1 - x) = (1 - x)^2 - (1 - x) + 3 = 1 - 2x + x^2 - 1 + x + 3 = x^2 - x + 3$, expresión que se encuentra en la opción B).

Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 34% de los postulantes que la abordaron la respondieron correctamente y su omisión fue de un 46%.

El distractor más marcado fue D) con un 7% de las preferencias, probablemente quienes lo marcaron desarrollaron $(1 - x)^2 = 1 - x^2$, así obtienen:

$$f(1 - x) = (1 - x)^2 - (1 - x) + 3 = 1 - x^2 - 1 + x + 3 = -x^2 + x + 3.$$

PREGUNTA 35

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**, con respecto a la función $f(x) = -(x^2 - 4)$, cuando x recorre todos los números reales?

- A) La función toma un valor máximo.
- B) Las ramas de la parábola asociada a la función se abren hacia abajo.
- C) La gráfica de la función interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0, -4)$.
- D) La gráfica de la función interseca al eje de las abscisas en los puntos $(2, 0)$ y $(-2, 0)$.
- E) El eje de simetría de la gráfica de la función es el eje y .

COMENTARIO

En esta pregunta de función cuadrática el postulante debe establecer cuál de las afirmaciones en relación a la función $f(x) = -(x^2 - 4)$ es falsa.

Como $f(x) = -(x^2 - 4) = -x^2 + 4$, se tiene que el coeficiente numérico de x^2 es negativo, entonces la gráfica de f es una parábola cuyas ramas se abren hacia abajo, por lo que la función tiene un valor máximo. De lo anterior, se tiene que las afirmaciones en A) y en B) son verdaderas.

Además, como $f(x) = -x^2 + 4$, donde el término libre de esta función es la ordenada del punto en que la gráfica de la parábola interseca al eje y , es decir, en el punto $(0, 4)$, luego la afirmación en C) es falsa.

Para determinar la veracidad de la opción D), se pueden valorar los puntos dados en la función, concluyendo que sí la satisfacen. O bien, resolver la ecuación $-x^2 + 4 = 0$, asociada a la función del enunciado la que es equivalente a $(x - 2)(x + 2) = 0$, de lo que se obtiene que las soluciones de esta ecuación son 2 y -2, siendo éstas las abscisas de los puntos de intersección de la parábola con el eje x , es decir, $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.

Finalmente, como las funciones cuadráticas siempre tienen eje de simetría, y como f cumple con la igualdad $f(x) = f(-x)$ y este eje de simetría contiene al vértice de la parábola que en este caso es $(0, 4)$ se tiene que el eje de simetría de la gráfica de f es el eje y , de esta manera la afirmación en E) es verdadera.

Otra forma de verificar la veracidad de la afirmación es recordar que el eje de simetría de la gráfica de una función cuadrática $g(x) = ax^2 + bx + c$ viene dado por la recta $x = -\frac{b}{2a}$. Así, de la función $f(x) = -x^2 + 4$, se tiene que $a = -1$ y $b = 0$, luego la ecuación del eje de simetría de f es $x = 0$, que corresponde a la ecuación del eje y .

Por lo anterior, la clave es C) la que fue marcada por el 16% de quienes abordaron la pregunta, resultando difícil y su omisión fue de un 70%.

Los distractores más marcados fueron A) y D), ambos con un 4% de las preferencias. Posiblemente quienes optan por A) al ver la expresión $-x^2$ en la función, consideran que la función tiene un mínimo, mientras que quienes optan por D), posiblemente al resolver la ecuación $-x^2 + 4 = 0$, obtienen $x^2 = 4$, y aplican raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad obteniendo una sola solución de la ecuación, ésta es, $x = 2$, con lo que concluyen que la gráfica de la función solo interseca al eje de las abscisas en el punto $(0, 2)$.

PREGUNTA 36

En una red social mundial de Internet, por cada semana que pasa, la cantidad de personas asociadas a esa red se duplica. Si inicialmente había doscientas personas en esa red, ¿cuál de las siguientes funciones describe la cantidad de personas asociadas a esa red, al final de t semanas?

- A) $f(t) = 200(t + 1)$
- B) $g(t) = 200 \cdot 2^t$
- C) $h(t) = 100 \cdot 2^t$
- D) $m(t) = 200t$
- E) $p(t) = 200^{t+1}$

COMENTARIO

Para resolver esta pregunta relacionada al contenido de función exponencial, el postulante debe determinar la función que describe la cantidad de personas asociadas a cierta red social, en función del tiempo.

Del enunciado se sabe que inicialmente había 200 personas en esa red social y que por cada semana que pasa se duplica la cantidad de personas, así, al término de la primera semana habrían $2 \cdot 200$ personas, al término de la segunda semana habrían $2 \cdot 2 \cdot 200 = 2^2 \cdot 200$, al término de la tercera semana habrían $2 \cdot 2^2 \cdot 200 = 2^3 \cdot 200$, y así sucesivamente se puede concluir que al término de t semanas habría $2^t \cdot 200$ personas, expresión que describe la función pedida.

De lo anterior, se tiene que la clave es la opción B), la que fue marcada por el 41% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de mediana dificultad y su omisión fue de un 41%.

El distractor más marcado fue C) con un 7% de las preferencias, quienes optaron por él posiblemente consideran que al término de la primera semana había 200 personas, así al término de la segunda serían $2 \cdot 200$, al término de la tercera serían $2 \cdot 2 \cdot 200 = 2^2 \cdot 200$, concluyendo así, que al término de la semana t habría $2^{t-1} \cdot 200$, lo que es equivalente a $2^{t-1} \cdot 2 \cdot 100 = 2^t \cdot 100$.

PREGUNTA 37

$$-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} =$$

- A) $-\frac{1}{2}$
- B) $-\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{4}$

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de funciones logarítmicas y para resolverla el postulante puede usar las siguientes propiedades de logaritmo: $\log_a b^c = c \cdot \log_a b$ y $\log_a a = 1$. Además, de propiedades de potencia.

Así, $\frac{1}{4} = 4^{-1} = (2^2)^{-1} = 2^{-2}$, entonces $-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \log_2 (2^{-2})$, luego, se obtiene $-\frac{1}{4} \cdot -2 \log_2 2 = \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$, valor que se encuentra en la opción D).

Esta pregunta resultó difícil, porque solo el 17% de los postulantes que abordaron la pregunta marcaron la opción correcta y su omisión fue de un 67%.

El distractor más marcado fue C) con un 7% de las preferencias, quienes optan por él posiblemente desarrollan $-\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \log_2 (2^{-2}) = -\frac{1}{4} \cdot -\frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{8}$.

PREGUNTA 38

Agustina depositó \$ 800.000 en un banco al 5% de interés compuesto anual. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular el tiempo, en años, en que su dinero se duplicará, sin hacer depósitos ni retiros en ese tiempo?

- A) $\log \left(\frac{1.600.000 - 800.000}{1,5} \right)$
- B) $\frac{\log 1.600.000 - \log 800.000}{\log 1,5}$
- C) $\log \left(\frac{1.600.000}{800.000 \cdot 1,05} \right)$
- D) $\log \left(\frac{1.600.000 - 800.000}{1,05} \right)$
- E) $\frac{\log 1.600.000 - \log 800.000}{\log 1,05}$

COMENTARIO

En esta pregunta el postulante debe encontrar la expresión que le permita calcular el tiempo, en años, en que se duplica una cantidad de dinero depositada en un determinado banco, para ello, puede reemplazar los datos del enunciado en la fórmula de interés compuesto $C_f = C_i(1 + t)^n$, donde C_f corresponde al capital final, C_i al capital inicial, t es la tasa de interés por un período determinado y n es el número de períodos que estará depositado el capital, para luego resolver una ecuación exponencial aplicando las propiedades de logaritmo.

Ahora, de la información del enunciado se tiene que t es el 5% de interés compuesto anual, que el capital inicial (C_i) es \$ 800.000 y que el capital final es el

doble del inicial, es decir, $C_f = 1.600.000$. Al reemplazar estos valores en la fórmula

$C_f = C_i(1 + t)^n$, se obtiene $1.600.000 = 800.000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$, lo que es equivalente a

$$\frac{1.600.000}{800.000} = (1,05)^n.$$

Para resolver esta ecuación exponencial, se aplica logaritmo a ambos lados de la ecuación, es decir, $\log \frac{1.600.000}{800.000} = \log (1,05)^n$, luego se aplican propiedades de logaritmo obteniéndose $\log 1.600.000 - \log 800.000 = n \cdot \log 1,05$ y finalmente despejando n se obtiene que $n = \frac{\log 1.600.000 - \log 800.000}{\log 1,05}$, expresión que se encuentra en la opción E).

Esta pregunta resultó muy difícil, pues solo el 5% de quienes la abordaron la contestaron correctamente y su omisión fue de un 79%.

El distractor más marcado fue C), con un 7% de las preferencias, posiblemente quienes lo marcan, reemplazan en forma correcta los valores en la fórmula, despejan bien n obteniendo:

$$n = \frac{\log \frac{1.600.000}{800.000}}{\log 1,05} \text{ y establecen erróneamente que } \frac{\log a}{\log b} = \log \left(\frac{a}{b} \right) \text{ llegando a}$$

$$\text{que } n = \log \frac{1.600.000}{800.000 \cdot 1,05}.$$

PREGUNTA 39

Al cuadrado PQRS de la figura 3, con dos lados paralelos al eje x y centro en el origen O del sistema de ejes coordenados, se le aplica una o varias rotaciones en 90° alrededor del origen y/o reflexiones con respecto al eje x . ¿En cuál de las siguientes opciones la figura **NO** puede ser la imagen de PQRS después de aplicar una o varias de estas transformaciones isométricas?

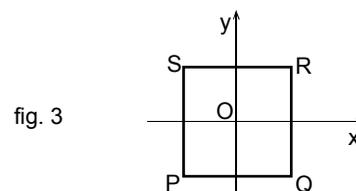
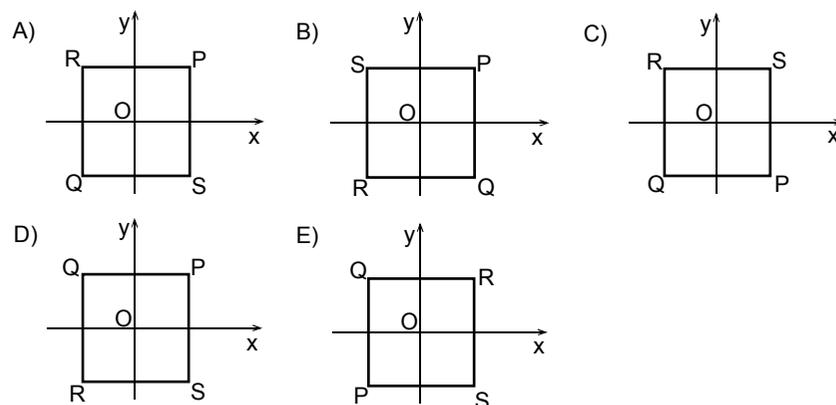


fig. 3



COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de simetría y rotaciones de figuras planas y para resolverlo el postulante debe reconocer que al rotar el cuadrado PQRS en 90° alrededor del origen, los vértices contiguos mantienen su orden en el cuadrado, es decir, PQRS, en el sentido antihorario. Lo mismo ocurre si a PQRS se le aplica una reflexión con respecto al eje x , aunque ahora en sentido horario. Así, por ejemplo, los

vértices contiguos de P serán Q y S, ya sea que se le aplique alguno de los movimientos antes mencionados o una combinación de ellos.

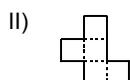
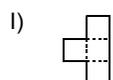
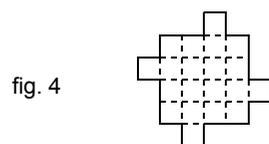
En relación a lo anterior, el único cuadrado que no cumple con lo planteado es el que se encuentra en la opción A), ya que los vértices contiguos de P son R y S. En cambio, en los cuadrados de las otras opciones sí se cumple dicha relación, puesto que el cuadrado en B) se puede obtener de una reflexión y una rotación en sentido horario del cuadrado PQRS, el de C) por una reflexión y dos rotaciones en sentido horario, el de D) por dos rotaciones en sentido horario y el de E) por una reflexión y una rotación en sentido antihorario.

Por lo tanto, la clave se encuentra en la opción A), la que fue seleccionada por el 39% de las personas que abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue del 49%.

Los postulantes que respondieron mal la pregunta se distribuyeron de forma muy similar en todos los distractores, esto quizás se deba a que lo resolvieron buscando la combinación de movimientos que permitían dejar el cuadrado PQRS en la posición indicada en cada opción.

PREGUNTA 40

Todas las figuras están formadas por cuadrados congruentes entre sí. ¿Con cuál(es) de las figuras en I), en II) y en III) es posible cubrir completamente la figura 4, si solo se puede usar un tipo de ellas?



- A) Solo con I
 B) Solo con II
 C) Solo con III
 D) Solo con I ó con III
 E) Solo con II ó con III

COMENTARIO

En este ítem el postulante debe determinar si solo con las figuras dadas en I), en II) y en III), por separado se puede embaldosar la figura 4.

Así, con las figuras que están en II) y en III) se puede cubrir completamente la figura 4, ubicando cuatro de cada una de ellas en distintas posiciones, como se muestra a continuación.



En cambio, con la figura que se presenta en I) es imposible cubrir completamente la figura 4, ya que con cualquier posición que se realice con varias de ellas, siempre queda un espacio sin cubrir. Por lo tanto, la clave es la opción E).

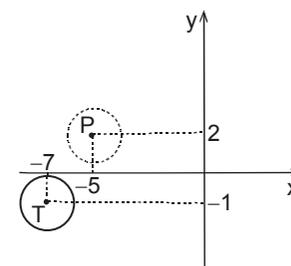
Esta pregunta resultó de mediana dificultad, ya que fue marcada por el 48% de los postulantes que la abordaron y su omisión fue del 22%. En cuanto a los distractores el más seleccionado fue C), con un 19% de adhesión, debido a que no encontraron posiciones que cubriera completamente la figura 4 con la figura dada en II).

PREGUNTA 41

En la figura 5 la circunferencia de centro T se traslada según un vector a la circunferencia punteada de centro P. ¿Cuáles son las coordenadas del vector de traslación?

- A) (2, 3)
 B) (-2, 3)
 C) (-12, 1)
 D) (2, -3)
 E) (-5, 2)

fig. 5



COMENTARIO

El contenido que mide este ítem apunta a la traslación de figuras planas en el sistema de ejes coordenados, donde el postulante debe determinar las coordenadas del vector de traslación que permite mover la circunferencia dibujada con línea continua de la figura 5 a la circunferencia dibujada con línea punteada.

Del enunciado se tiene que la circunferencia de centro P se obtiene de trasladar la circunferencia de centro T, según un vector que se denominará por (x, y) , por lo tanto, el punto $T(-7, -1)$ se traslada a $P(-5, 2)$, según el vector (x, y) , es decir, $(-7, -1) + (x, y) = (-5, 2)$, de donde se obtiene que $(x, y) = (-5, 2) - (-7, -1) = (2, 3)$.

De esta manera, la clave es la opción A), que tuvo una adhesión del 34% de las personas que abordaron el ítem, resultando éste difícil. Además, la omisión fue del 40%.

El distractor más marcado fue B), con un 7% de las preferencias, posiblemente los postulantes que marcaron esta opción cometen un error en el signo cuando restan las abscisas de los puntos P y T.

PREGUNTA 42

En la figura 6, los triángulos ABC y DEF son congruentes y $AC = CB$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $\triangle DGF \cong \triangle EGF$
 II) Los triángulos ABC y DEF pueden ser equiláteros.
 III) $DG = \frac{AB}{2}$

- A) Solo I
 B) Solo I y II
 C) Solo I y III
 D) Solo II y III
 E) I, II y III

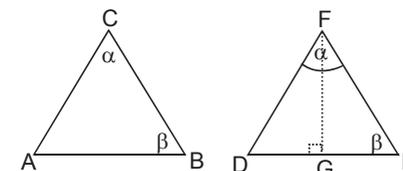


fig. 6

COMENTARIO

Esta pregunta hace referencia al contenido de congruencia de figuras planas y a los criterios de congruencia de triángulos.

A partir del enunciado, se tiene que los triángulos ABC y DEF son congruentes y que $AC = CB$, luego el ángulo CAB es β e igual al ángulo FDE. Por lo tanto, $\overline{EF} \cong \overline{FD} \cong \overline{CA} \cong \overline{BC}$.

Ahora, en I) se afirma que los triángulos DGF y EGF son congruentes, afirmación que es verdadera, pues por el criterio de congruencia de triángulos LLL, se tiene que \overline{GF} es lado común a ambos triángulos, $\overline{EF} \cong \overline{FD}$ y como \overline{GF} es altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles, también es transversal de gravedad y por lo tanto, $\overline{DG} \cong \overline{GE}$.

La afirmación en II) también es verdadera, ya que los triángulos ABC y DEF pueden ser equiláteros en el caso de que los lados \overline{AB} y \overline{DE} sean congruentes a los otros lados de los triángulos y eso ocurre cuando $\alpha = \beta$.

Por último, como $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ y G es punto medio de \overline{DE} , se tiene que $DG = \frac{DE}{2} = \frac{AB}{2}$, luego la igualdad planteada en III) es verdadera.

Como las tres afirmaciones son verdaderas se tiene que la clave es la opción E), que fue marcada por el 33% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando éste difícil y obtuvo una omisión del 34%.

Por otra parte, el distractor C) fue el más marcado, con un 17% de las preferencias, posiblemente los postulantes cometieron un error muy común, al considerar que un triángulo isósceles no puede ser equilátero, por lo que consideraron la afirmación dada en II) falsa.

PREGUNTA 43

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Un diámetro de una circunferencia es eje de simetría de ella.
- B) El punto de intersección de las diagonales de un rombo es centro de simetría de él.
- C) Las diagonales de un trapecio isósceles son ejes de simetría de él.
- D) El punto medio de un trazo es centro de simetría de él.
- E) La bisectriz de un ángulo es eje de simetría de él.

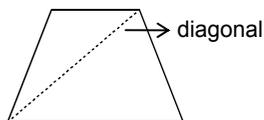
COMENTARIO

El ítem tiene relación con los ejes y centro de simetría de una figura plana, donde el postulante debe ser capaz de establecer en cada opción si el elemento mencionado es eje o centro de simetría de la figura respectiva para determinar la veracidad o falsedad de la afirmación.

Cabe recordar que en una simetría axial, cada punto de una figura plana se refleja respecto de una línea recta llamada eje de simetría, de modo que la distancia desde un punto cualquiera de la figura al eje de simetría debe ser igual que la distancia de su imagen a ese eje. Ahora, el eje de simetría de una figura plana es la línea que la divide en dos partes simétricas, es decir, que tienen la misma forma y que al superponerse coinciden, o sea, si se dobla la figura por el eje de simetría las dos partes coinciden.

Así, las afirmaciones planteadas en A) y en E) son verdaderas, ya que en ambos casos el elemento que se menciona como eje de simetría cumple con la definición anterior.

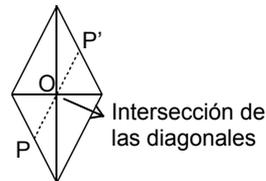
En cambio, la afirmación que aparece en C) es falsa, ya que las diagonales de un trapecio isósceles no cumplen dicha definición, como se ilustra a continuación.



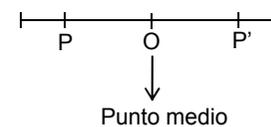
Por otro lado, simetría central es un movimiento del plano determinado por un punto de él, al que se llamará O, de tal manera que un punto P' del plano es la imagen de un punto P (es el simétrico de P) si O es el punto medio del segmento PP'. Al punto O se le denomina centro de simetría.

Por lo anterior, se puede concluir que las afirmaciones en B) y en D) también son verdaderas, pues por cada punto P de la figura mencionada se puede encontrar su simétrico P', en la misma figura, con respecto al centro O que se nombra en cada opción, ya que $OP = OP'$, tal como se ejemplifica a continuación:

B)



D)



Por lo tanto, la clave es C), que fue seleccionada por el 25% de los postulantes que abordaron el ítem, por lo que éste resultó difícil y además, se obtuvo una omisión del 56%.

El distractor más marcado fue la opción B), con un 6% de las preferencias, es posible que los postulantes consideraran que los puntos simétricos de cada punto del rombo no se encuentran en la misma figura.

PREGUNTA 44

En la figura 7, $\Delta PRQ \cong \Delta TSU$, donde los vértices correspondientes son P y T; R y S; Q y U. Si el ángulo QPR mide 40° y el ángulo TSU mide 80° , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El ángulo TUS mide 60° .
- II) El ΔSTU es escaleno.
- III) $PQ < TU$

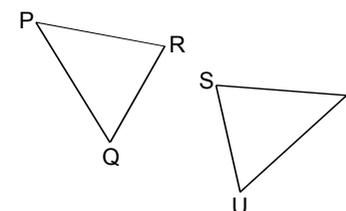


fig. 7

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de congruencia de triángulos. Del enunciado se tiene que los vértices P y T son correspondientes lo que implica que $\sphericalangle UTS = \sphericalangle QPR = 40^\circ$ y como R y S son también correspondientes, entonces $\sphericalangle PRQ = \sphericalangle TSU = 80^\circ$. Ahora, como en un triángulo los ángulos interiores tienen que sumar 180° , se tiene que $\sphericalangle TUS = 60^\circ$, de donde se concluye que la afirmación en I) es verdadera. Además, la afirmación en II) también es verdadera, ya que los tres ángulos interiores del ΔSTU son de distinta medida.

Por otro lado, como los dos triángulos son congruentes y el segmento PQ es el correspondiente al segmento TU, entonces $PQ = TU$, luego la afirmación en III) es falsa.

De esta forma, la clave es la opción B), que fue seleccionada por el 36% de los postulantes que abordaron el ítem, por lo que éste resultó difícil y además, obtuvo una omisión del 43%.

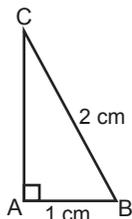
En este caso el distractor más marcado fue D), con una adhesión del 8%, posiblemente los que marcaron este distractor concluyen por la medida de los ángulos que los triángulos son escalenos, pero se equivocaron en ver la correspondencia entre los vértices, llegando a que $PQ < TU$.

PREGUNTA 45

¿Cuántos triángulos iguales al de la figura 8 son necesarios para embaldosar un rombo de lado $2\sqrt{3}$ cm cuyo ángulo agudo interior mide 60° ?

- A) 4
- B) 8
- C) 16
- D) 12
- E) Ninguna de las cantidades anteriores.

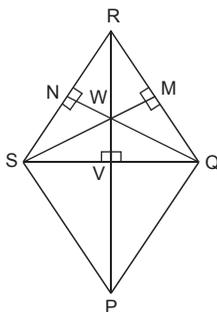
fig. 8



COMENTARIO

Este ítem está relacionado con el análisis de la posibilidad de embaldosar una figura con un polígono dado. En este caso embaldosar un rombo de lado $2\sqrt{3}$ cm que tiene un ángulo interior agudo de medida 60° con el triángulo rectángulo de la figura 8, donde $AC = \sqrt{3}$ cm, valor obtenido al aplicar el Teorema de Pitágoras al ΔABC .

En la siguiente figura se representa el rombo PQRS que posee las características planteadas en el enunciado, es decir, sus lados miden $2\sqrt{3}$ cm y $\sphericalangle QRS = 60^\circ$.

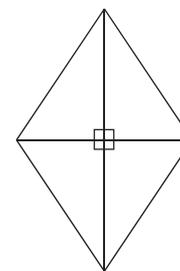


En este rombo se tiene que $\sphericalangle RSP = 120^\circ$ y los segmentos SQ y RP son las diagonales de él, donde los triángulos SQR y SQP son equiláteros congruentes, ya que todos sus ángulos interiores miden 60° . Además, M y N son los puntos medios de los segmentos RQ y RS, respectivamente. Así, $RN = NS = QM = MR = \sqrt{3}$ cm.

Por otro lado, se tiene que los segmentos SM, QN y RV son alturas del ΔSQR de lado $2\sqrt{3}$ cm y por lo tanto, miden 3 cm, y como además, estos segmentos son transversales de gravedad, se tiene que el punto W los divide en la razón 2 : 1, luego $SW = QW = RW = 2$ cm y $WM = WN = WV = 1$ cm.

De esta manera, el ΔSQR se puede embaldosar con 6 triángulos iguales al ΔABC , luego el rombo PQRS se puede embaldosar con 12 triángulos iguales al ΔABC .

Así, la respuesta correcta se encuentra en la opción D). El ítem resultó difícil, ya que solo el 5% de las personas que lo abordaron lo contestó correctamente y la omisión alcanzó al 75%. El distractor más marcado fue A) con un 8% de adhesión, posiblemente pensaron que se podía embaldosar el rombo como se muestra en la figura que aparece a continuación, sin tomar en consideración las medidas del rombo y las del triángulo ABC.



IMPRIME TU TARJETA DE IDENTIFICACIÓN

Obligatoria para la rendición de la PSU.

Ingresar al Portal del Postulante de demre.cl utilizando el número de folio de tu Cupón de Pago o Constancia de Beca.

Más información: www.demre.cl

Mesa de Ayuda: (2) 29783806

Twitter: @demre_psu - Facebook: demre.uchile

TARJETA DE IDENTIFICACIÓN			
Proceso de Admisión 2014 a las Universidades del Consejo de Rectores. Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo			
NOMBRE	: CIFUENTES WEISSER FRANCISCO NAHUEL	ESTABLECIMIENTO EDUCACIONAL	: COLEGIO DON BOSCO
IDENTIFICACIÓN	: C2366026-4	REGIÓN - PROVINCIA EGRESO	: REGIÓN METROPOLITANA DE SANTIAGO - SANTIAGO
FOLIO	: 3740549	PROMEDIO DE NOTAS DE E. MEDIA	: 6,7
FECHA/ORA	: 09/Jun/2013 - 16:49		
DOCUMENTO OFICIAL NO LO PLASTIQUE NI DETERIORE			
N° Tarjeta de Matrícula: 2886640			
TARJETA DE MATRÍCULA			
Proceso de Admisión 2014 a las Universidades del Consejo de Rectores. Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo DEMRE			
Ningún alumno puede registrar matrícula en carreras simultáneamente. Si su intención es una carrera para matricularse en otra, debe solicitar al rematriculante. El no hacerlo significará la suspensión de la última matrícula. Esto es un acto de responsabilidad del postulante.			
CIFUENTES WEISSER FRANCISCO NAHUEL		Apellido Paterno Apellido Materno - Nombres	
C2366026-4			
Tipo Identificación			
PRIMERA MATRÍCULA	SEGUNDA MATRÍCULA	TERCERA MATRÍCULA	
Universidad	Universidad	Universidad	
Carrera	Carrera	Carrera	
Código Carrera	Código Carrera	Código Carrera	
Provincia	Provincia	Provincia	
Fecha	Fecha	Fecha	
TIMBRE DE MATRÍCULA	TIMBRE DE MATRÍCULA	TIMBRE DE MATRÍCULA	
APLICACIÓN DEL SISTEMA REGULAR	APLICACIÓN DEL SISTEMA REGULAR	APLICACIÓN DEL SISTEMA REGULAR	
Regular	Regular	Regular	
Especial	Especial	Especial	
DOCUMENTO OFICIAL - NO LO PLASTIQUE NI DETERIORE			

ATENCIÓN, POSTULANTES:

Hay cambios en el calendario del Proceso de Admisión 2014

LA SEMANA PASADA, EL CONSEJO DE RECTORES ACORDÓ RETRASAR EN DOS DÍAS LAS FECHAS DE ENTREGA DE PUNTAJES PSU Y ETAPA DE POSTULACIONES, RESPONDIENDO A UNA SOLICITUD DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN.

EL JUEVES 29 DE AGOSTO el Consejo de Rectores (CRUCH) se reunió en La Serena. En esta sesión se tomó la decisión de retrasar en dos días las fechas de entrega de los puntajes de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) y la etapa de postulaciones. Esto, respondiendo a una solicitud de las autoridades del Ministerio de Educación quienes pidieron más plazo para realizar la selección de los alumnos que accederán a becas en el Proceso de Admisión 2014.

De esta manera, los resultados de la PSU ya no se darán a conocer el 26 de diciembre, sino el sábado 28 de ese mes, a las 8:00 horas, lo cual implicará que la etapa de postulaciones se llevará a cabo entre el 28 de diciembre, a las 9:00 horas, y el martes 31 de diciembre, a las 13:00 horas, a través del sitio web del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo (Demre) de la Universidad de Chile y otros portales habilitados.

La publicación de los resultados de selección también experimentará un retraso. En un comienzo se había agendado para el martes 7 de enero y ahora se fijó para el domingo 12 de enero, a las 23:00 horas. Con esto, el proceso oficial de matrículas se efectuará entre el lunes 13 y el miércoles 22 de enero. ¡No lo olvides!

¿Y LOS CAMBIOS?

En la reunión del Consejo de Rectores también se trataron otros temas, como los avances en el trabajo de la comisión encargada de modificar el sistema de admisión de las 25 universidades perteneciente a este organismo y las ocho privadas adscritas.

Sin embargo, el vicepresidente del CRUCH, Juan Manuel Zolezzi —rector de la Universidad de Santiago— señaló que a fines de este mes recién se informarán oficialmente las modificaciones.

¿Cuáles serían los cambios más importantes? Uno de los que se menciona con más fuerza tiene que ver con el ranking de notas de los egresados de cuarto medio.

El año pasado, el CRUCH decidió



CALENDARIO ACTUALIZADO

- **Domingo 1 de diciembre: Reconocimiento de salas.**
- **Lunes 2 de diciembre: Prueba de Lenguaje y Comunicación y Prueba de Ciencias.**
- **Martes 3 de diciembre: Prueba de Matemática y Prueba de Historia y Ciencias Sociales.**
- **Sábado 28 de diciembre: Publicación puntajes PSU.**
- **Sábado 28 de diciembre hasta martes 31 de diciembre: Postulaciones.**
- **Domingo 12 de enero: Publicación resultados de selección.**
- **Lunes 13 a miércoles 22 de enero: Período de matrícula.**

sumar este factor —que considera la posición que ocuparon los alumnos en sus colegios de acuerdo a sus notas— como un elemento más en sus procesos de selección. Esto con el fin de que los estudiantes talentosos y esforzados, sobre todo de colegios municipales y particulares subven-

cionados, no quedaran fuera de la educación superior. De esta forma, resolvió que el ranking de egreso representara el 10% del puntaje final de un alumno.

Las casas de estudios consideraron tan beneficiosa esta modificación, que muchas de ellas han anunciado

que aumentarán el valor del ranking de notas hasta en 40% en el proceso de admisión que se acerca. Así, y por primera vez, el desempeño escolar valdría casi lo mismo que los resultados del examen de selección.

Otro de los temas que se estarían trabajando es el ajuste de la escala de notas de enseñanza media, que de aquí a cinco años debiera alinearse con los puntajes de las pruebas de mejor forma.

También se ha comentado la posibilidad de que se realicen modificaciones en los requisitos de selección de las carreras. Se estaría buscando que en sus ponderaciones no se soliciten indistintamente la prueba de Ciencias o de Historia y Ciencias Sociales, sino que se opte por una sola de éstas, considerando los

conocimientos que esperan de sus postulantes.

Una de las modificaciones que ya se informó es que cinco de las 80 preguntas de la prueba de Lenguaje y Comunicación se utilizarán para un pilotaje, por lo que no serán consideradas para el puntaje final. En el caso de la PSU de Historia y Ciencias Sociales se sumarán otras cinco para probarlas y así evaluar su uso en futuras versiones de la PSU.

Además, la PSU de Ciencias tendrá un formato especial para los egresados de establecimientos técnico-profesional, con contenidos sólo de primero y segundo medio, ya que, a partir de tercero medio, estos alumnos tienen que cumplir con un currículum distinto al de los colegios científico-humanistas.