

psu

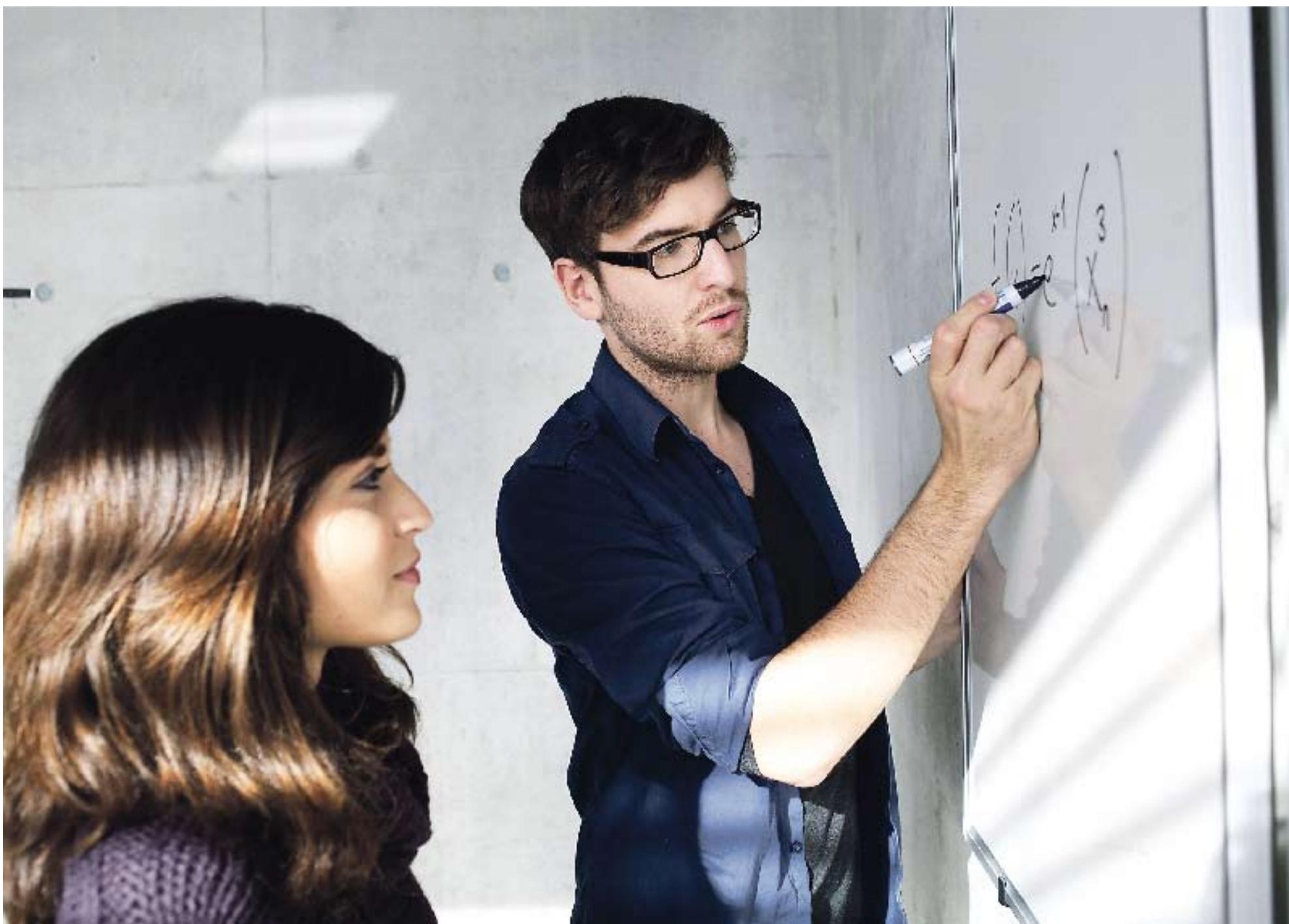
N° 1 1

CONTINÚA REVISANDO LA PRUEBA DE MATEMÁTICA PUBLICADA EL 6 DE JUNIO. ENCONTRARÁS COMENTARIOS DE LA PREGUNTA 16 A LA 30.

JUEVES  
8 DE AGOSTO  
DE 2013

EN EL MERCURIO

LA SEMANA SIGUIENTE, EL JUEVES 15 DE AGOSTO, SERÁ EL TURNO DE LA SEGUNDA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES.



SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE:

RESOLUCIÓN PRUEBA OFICIAL  
MATEMÁTICA PARTE II

¡NO TE EQUIVOQUES!:

# Recuerda que el proceso de inscripción finaliza al imprimir la tarjeta de identificación

LA TARJETA DE IDENTIFICACIÓN ES EL ÚNICO DOCUMENTO QUE ACREDITA QUE UNA PERSONA ESTÁ INSCRITA PARA RENDIR LA PSU Y LOS DÍAS DE APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS SE SOLICITA PARA ENTRAR A LAS SALAS. ¡ES FUNDAMENTAL!

**SI QUIERES RENDIR LA PSU 2013** el 2 y 3 de diciembre para participar en el Proceso de Admisión 2014 debes preocuparte de realizar de manera efectiva el trámite de inscripción. Muchos jóvenes llenan los formularios y pagan el arancel creyendo que con eso queda todo listo. Pero no es así. En el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo (Demre) de la Universidad de Chile —que es el organismo encargado de desarrollar y coordinar la PSU a lo largo de todo Chile— señalan que el trámite sólo concluye una vez que el interesado tiene la tarjeta de identificación en su poder.

Este año la plataforma de inscripción ofrece la posibilidad de enviar la tarjeta de identificación al correo electrónico del postulante. Sin embargo, en algunos casos ha habido problemas con la recepción, por lo que los expertos del Demre sugieren optar siempre por la impresión para no tener duda alguna de que el trámite fue efectuado de manera exitosa.

## ALGUNOS DETALLES

Para inscribirse, los interesados deben ingresar a la sección Portal del Postulante en el sitio web del Demre ([www.demre.cl](http://www.demre.cl)) con su RUT, como usuario, y fecha de nacimiento como clave. Una vez que están dentro, deben seguir sencillos pasos, los que principalmente tienen que ver con la entrega de datos personales y académicos.

Los alumnos que egresarán este año de colegios privados y los de promociones anteriores deben imprimir un cupón para pagar el arancel de inscripción, que es de \$26.720. Lo pueden hacer personalmente en el Banco de Chile o a través de Webpay (sólo tarjeta de crédito).

Quienes paguen en el Banco de Chile tendrán que esperar 24 horas para ingresar nuevamente al Portal del Postulante con su RUT y ahora con el número de folio (en vez de la fecha de nacimiento) para imprimir la tarjeta de identificación. Los que paguen por medio de Web Pay, en tanto, lo podrán hacer de inmediato.

Los estudiantes de colegios particulares subvencionados y de establecimientos municipales, por su parte, tienen la posibilidad de hacer efectiva la Beca Junaeb que cubre los gastos de inscripción.

Es importante que al momento de hacer el registro, estos estudiantes elijan la opción "Inscripción Beca Junaeb" y que completen los formularios de antecedentes, lo que los lle-



## ¡SE ME PERDIÓ LA TARJETA DE IDENTIFICACIÓN!

**Perder el impreso de la tarjeta de identificación no es el fin del mundo. Tiene solución. Sólo debes ingresar al Portal del Postulante en el sitio web del Demre y obtener una copia. Es recomendable dejarla en un lugar seguro, pero recordable para volver a buscarla en diciembre cuando tengas que rendir las pruebas. Ahora, si este documento se te pierde justo el día de rendición, tendrás que pedir un duplicado en el local, pero, en ese caso, tendrás que pagar.**

vará a obtener una constancia del beneficio. El número de folio de ésta servirá como clave para ingresar nuevamente al sistema a imprimir la tarjeta de identificación.

¿Por qué es tan relevante imprimir este documento? Porque es el único que acredita que una persona está inscrita para rendir la PSU y porque los días de aplicación de las pruebas

se solicita junto a la cédula de identidad o pasaporte (según corresponda) para entrar a las salas. Sin la tarjeta de identificación se anulan esas posibilidades.

Además, en el Demre explican que los timbres que los examinadores estampan en la tarjeta de identificación al término de cada una de las pruebas son los únicos compro-

bantes que tienen los postulantes para demostrar que efectivamente rindieron la PSU.

## SE ACERCA EL PLAZO

El proceso de inscripción se extendió hasta el lunes 19 de agosto a petición de distintos establecimientos que argumentaron que sus alumnos recién volvían de vacaciones de invierno. Pero es mejor no confiarse, porque, aunque generalmente, el Demre abre procesos extraordinarios de inscripción, no está informado.

Hasta la fecha se han inscrito cerca de 212 mil personas. Más de 174 mil corresponden a alumnos que egresarán este año de cuarto medio y más de 37 mil que son de promociones anteriores.

# RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA

## PARTE II

### PRESENTACIÓN

En esta publicación se continúa con los comentarios a las preguntas que pertenecen a la Prueba de Matemática publicada el 6 de junio, por este mismo diario, donde se entrega información valiosa para los profesores y los alumnos con respecto a los contenidos y a las habilidades cognitivas que se evalúan en cada uno de los ítemes de esta prueba.

Es así como, en cada pregunta se indicará el contenido del Marco Curricular que se está evaluando, además, se presentará el porcentaje de respuestas correctas, el porcentaje de omisión y la forma o formas de responderla, explicitando las habilidades que debiera tener el postulante para llegar a la solución y los errores más comunes que se cometen.

Se debe tener presente que el porcentaje de respuestas correctas es un indicador de la dificultad de la pregunta en el grupo evaluado y que, la omisión es considerada como un índice de bajo dominio o desconocimiento de los contenidos involucrados en la pregunta.

### PREGUNTA 16

El volumen de una pirámide de base cuadrada se calcula con la fórmula  $V = \frac{1}{3}p^2h$ , donde  $p$  es la medida del lado de la base y  $h$  es la altura de la pirámide. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si cada lado de la base aumenta al doble y la altura de la pirámide disminuye a la mitad, entonces el volumen de esta nueva pirámide sería igual al volumen de la pirámide original.
- II) Si cada lado de la base aumenta al cuádruple y la altura de la pirámide permanece constante, entonces el volumen de esta nueva pirámide aumentaría al doble del volumen de la pirámide original.
- III) Si cada lado de la base aumenta al doble, no variando el volumen de la pirámide, entonces la altura de esta nueva pirámide habría disminuido a la cuarta parte de la altura de la pirámide original.
- A) Solo I  
 B) Solo II  
 C) Solo III  
 D) Solo I y II  
 E) Solo II y III

### COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de análisis de fórmulas de volúmenes en relación con la incidencia de la variación de sus elementos lineales, en este caso en particular, se analiza la fórmula del volumen de una pirámide.

Para solucionar este ítem el postulante debe calcular el volumen de una pirámide o su altura, de acuerdo a las condiciones dadas en I), en II) y en III) y comparar este resultado con el volumen o altura de la pirámide original.

Del enunciado se tiene que  $p$  es la medida del lado de la base de la pirámide,  $h$  es su altura y  $V = \frac{1}{3}p^2h$  es su volumen. Ahora, en I) se tiene que la base aumenta al doble, es decir,  $2p$  y la altura disminuye a la mitad, o sea,  $\frac{h}{2}$ , luego el volumen de esta nueva pirámide es  $\frac{1}{3} \cdot (2p)^2 \cdot \frac{h}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3}p^2h$ , volumen que corresponde al doble del volumen de la pirámide original, así la afirmación en I) es falsa.

Con la información en II), se tiene que cada lado de la base aumenta al cuádruple, es decir,  $4p$  y la altura de la pirámide permanece constante, o sea,  $h$ , luego el

volumen de esta nueva pirámide es  $\frac{1}{3} \cdot (4p)^2h = 16 \cdot \frac{1}{3}p^2h$ , que equivale a 16 veces el volumen de la pirámide original, así la afirmación en II) es falsa.

Para analizar la afirmación en III) se tiene que cada lado de la base aumenta al doble, es decir,  $2p$ , sin variar el volumen de la pirámide. Si se denomina por  $M$  a la medida de la altura de la nueva pirámide, entonces al igualar los volúmenes de ambas pirámides se tiene  $\frac{1}{3} \cdot 4p^2M = \frac{1}{3}p^2h$ , de donde se obtiene que  $M = \frac{h}{4}$ , luego  $M$  es la cuarta parte de la altura de la pirámide original, por lo que la afirmación en III) es verdadera.

Del análisis anterior se tiene que la opción correcta es C) la que fue escogida por el 19% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando un ítem difícil. La omisión alcanzó un 65%.

El distractor más marcado fue A) con un 5% de las preferencias, aquellos postulantes que lo escogieron probablemente plantean bien las variaciones de los elementos lineales, pero al calcular el volumen solo elevan  $p$  al cuadrado, es decir,  $\frac{1}{3} \cdot (2p)^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{3}p^2h$  y como  $V = \frac{1}{3}p^2h$ , se tiene que ambos volúmenes son iguales. Si se realiza este mismo error en II) y en III) se tiene que estas afirmaciones resultan falsas.

### PREGUNTA 17

$$\frac{p+q}{p-q} \cdot \frac{p-q}{p+q} =$$

- A)  $\left(\frac{p-q}{p+q}\right)^2$   
 B)  $\left(\frac{p+q}{p-q}\right)^2$   
 C)  $\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$   
 D)  $\frac{p^2+q^2}{p^2-q^2}$   
 E) 1

### COMENTARIO

Este ítem está referido a la operatoria con fracciones algebraicas. Para resolverlo el postulante puede realizar el siguiente desarrollo:

$$\frac{p+q}{p-q} \cdot \frac{p-q}{p+q} = \frac{p+q}{p-q} \cdot \frac{p+q}{p+q} = \left(\frac{p+q}{p-q}\right)^2, \text{ llegando a que la opción correcta es B),}$$

la que fue escogida por el 43% de quienes abordaron la pregunta, resultado un ítem de mediana dificultad y la omisión alcanzó un 27%.

El distractor que obtuvo una mayor frecuencia fue E) con un 15%, es probable que los postulantes que lo eligieron, resolvieran el ítem de la siguiente manera:

$$\frac{\cancel{p+q}}{\cancel{p-q}} \cdot \frac{\cancel{p-q}}{\cancel{p+q}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = 1.$$

## PREGUNTA 18

¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

- I)  $5x \cdot -x \cdot -x = -5x^3$
- II)  $-4x \cdot 3x^2 = -12x^3$
- III)  $-3y \cdot -x \cdot -7xy = -21x^2y^2$

- A) Solo II
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

### COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem apunta a la multiplicación de potencias con exponente entero, además se debe recordar la regla de los signos. Para resolverlo el postulante debe recordar que en la multiplicación de potencias de igual base se conserva la base y se suman los exponentes.

De esta manera, en I) se tiene que  $5x \cdot -x \cdot -x = 5 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (x)^{(1+1+1)} = 5x^3 \neq -5x^3$ , luego esta afirmación es falsa. En II) se tiene  $-4x \cdot 3x^2 = -4 \cdot 3 \cdot (x)^{(1+2)} = -12x^3$ , por lo que esta afirmación es verdadera. Y en III) se tiene que la afirmación dada también es verdadera, ya que  $-3y \cdot -x \cdot -7xy = -3 \cdot (-1) \cdot (-7) \cdot (x)^{(1+1)} \cdot (y)^{(1+1)} = -21x^2y^2$ .

Por lo anterior, la opción correcta es D), la que fue marcada por el 48% de quienes abordaron la pregunta, resultando un ítem de mediana dificultad. La omisión alcanzó un 22%.

El distractor más marcado fue A) con un 10% de las preferencias, los postulantes que lo escogieron probablemente en III) al multiplicar  $-3y \cdot -x \cdot -7xy$ , obtienen una expresión con signo positivo.

## PREGUNTA 19

¿Cuál de las siguientes expresiones describe todos los términos de la secuencia  $-\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{48}, -\frac{1}{75}$  y  $\frac{1}{108}$ , para los números enteros positivos n, desde el 1 hasta el 6?

- A)  $\frac{1}{3} \left( \frac{-1}{n} \right)^2$
- B)  $\left( \frac{-1}{3} \right)^n \left( \frac{1}{n^2} \right)$
- C)  $\frac{(-1)^n}{3n^2}$
- D)  $\frac{(-1)^{n+1}}{3n^2}$
- E)  $\frac{-1^n}{3n^2}$

### COMENTARIO

Este ítem está relacionado a desafíos y problemas no rutinarios. Para resolverlo el postulante debe encontrar una expresión que permita obtener todos los términos de la secuencia dada en el enunciado.

De esta manera,  $-\frac{1}{3}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{48}, -\frac{1}{75}$  y  $\frac{1}{108}$ , se puede expresar como  $-\frac{1}{3 \cdot 1}, \frac{1}{3 \cdot 4}, -\frac{1}{3 \cdot 9}, \frac{1}{3 \cdot 16}, -\frac{1}{3 \cdot 25}$  y  $\frac{1}{3 \cdot 36}$ , luego se observa que en el

denominador de cada fracción hay un número cuadrado perfecto, donde cada término se puede escribir como  $-\frac{1}{3 \cdot (1)^2}, \frac{1}{3 \cdot (2)^2}, -\frac{1}{3 \cdot (3)^2}, \frac{1}{3 \cdot (4)^2}, -\frac{1}{3 \cdot (5)^2}$  y  $\frac{1}{3 \cdot (6)^2}$ .

Ahora bien, también se observa que el signo negativo de las expresiones se va alternando de acuerdo a la posición del término, lo que se puede escribir como  $\frac{(-1)^1}{3 \cdot (1)^2}, \frac{(-1)^2}{3 \cdot (2)^2}, \frac{(-1)^3}{3 \cdot (3)^2}, \frac{(-1)^4}{3 \cdot (4)^2}, \frac{(-1)^5}{3 \cdot (5)^2}$  y  $\frac{(-1)^6}{3 \cdot (6)^2}$ .

Además, en esta secuencia se observa que en todos los términos está una potencia de base (-1) en el numerador y el 3 en el denominador, el número que está al cuadrado coincide con la posición en que se ubica el término en la secuencia, lo mismo sucede con el exponente de la potencia de base (-1), luego se tiene que los términos de la secuencia se pueden expresar como  $\frac{(-1)^n}{3n^2}$ , con n un número entero desde el 1 hasta el 6.

De lo anterior, la expresión correcta se encuentra en la opción C), la que fue marcada por el 22% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando un ítem difícil y la omisión fue de un 69%.

El distractor más marcado fue A) con un 3%, probablemente los postulantes que lo escogieron determinaron de manera correcta que en todos los términos se puede factorizar por  $\frac{1}{3}$ , donde el otro factor se puede escribir como un número cuadrado perfecto, sin considerar el signo.

## PREGUNTA 20

Se tienen dos números reales positivos, tal que  $x^2 + y^2 = 6xy$ , con  $x > y$ , ¿cuál es el valor de la expresión  $\frac{x+y}{x-y}$ ?

- A)  $2\sqrt{2}$
- B)  $\sqrt{2}$
- C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D)  $\frac{2}{2}$
- E) Ninguno de los anteriores.

### COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de expresiones algebraicas fraccionarias simples y para resolverla el postulante puede construir, a partir de las expresiones dadas en el enunciado, cuadrados de binomios que le permitan encontrar el valor de la expresión  $\frac{x+y}{x-y}$ .

Así, si se suma a ambos lados de la igualdad del enunciado la expresión  $2xy$ , se obtiene  $x^2 + y^2 + 2xy = 8xy$ , luego factorizando la expresión de la izquierda se tiene que  $(x+y)^2 = 8xy$ . Para despejar la expresión  $(x+y)$  de la ecuación, se aplica raíz cuadrada a ambos lados de ella y sabiendo que  $(x+y)$  es positivo se tiene que  $x+y = \sqrt{8xy}$ .

De manera análoga, si se resta a ambos lados de la igualdad la expresión  $2xy$ , y como  $x > y$ , se tiene que  $(x-y)$  es positivo, luego  $x-y = \sqrt{4xy}$ .

Del desarrollo anterior se tiene que  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{\sqrt{8xy}}{\sqrt{4xy}} = \sqrt{2}$ , valor que se encuentra

en la opción B). Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 3% de los postulantes que la abordaron la contestaron correctamente y tuvo una omisión del 81%.

El distractor más marcado fue D) con un 4% de las preferencias de los postulantes que abordaron la pregunta, posiblemente quienes optaron por él, si bien comienzan con el desarrollo correcto, al momento de aplicar la raíz cuadrada solo lo hacen a un lado de la ecuación, obteniendo, en ambos casos,  $x + y = 8xy$ ,  $x - y = 4xy$ , así,

obtienen que  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{8xy}{4xy} = 2$ .

## PREGUNTA 21

Sea  $n$  un número entero, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

- I)  $2^n$  es un número entero divisible por 2.
- II)  $\frac{1}{2^n}$  es un número menor que 1.
- III)  $2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Ninguna de ellas.

### COMENTARIO

Para responder esta pregunta el postulante debe analizar las afirmaciones en I), en II) y en III) que tienen relación con las propiedades de las potencias de base positiva y exponente entero.

En I) se dice que  $2^n$  es un número entero divisible por 2, afirmación que es falsa, ya que solo se cumple para  $n \geq 1$ , por ejemplo si  $n = 0$ , se tiene  $2^0 = 1$ , número que no es divisible por 2.

Por otro lado, en II) se afirma que  $\frac{1}{2^n}$  es un número menor que 1, desigualdad que solo es verdadera si  $n > 0$ , puesto que cuando  $n \leq 0$  se cumple que  $\frac{1}{2^n} \geq 1$ , por ejemplo si  $n = -1$ , se tiene  $\frac{1}{2^{-1}} = 2$ .

La afirmación en III) es verdadera, pues al factorizar la expresión  $(2^n - 2^{n-1})$  por  $2^n$ , se obtiene  $2^n(1 - 2^{-1}) = 2^n\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2^n \cdot \frac{1}{2} = 2^n \cdot 2^{-1} = 2^{n-1}$ .

De lo anterior, se tiene que la opción correcta es C). Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 12% de quienes la abordaron la respondieron correctamente y la omisión fue de un 32%.

El distractor más marcado fue D) con un 32% de las preferencias, posiblemente quienes optaron por él, en I) y en II) solo analizan las propiedades para números enteros positivos, conjunto en el que se cumplen ambas afirmaciones, y en III) posiblemente restan la expresión  $2^{n-1}$  a ambos lados de la ecuación, eliminando así este término de ambos lados, con lo que llegan a  $2^n = 0$ , estableciendo que dicha igualdad es falsa.

## PREGUNTA 22

¿Cuál(es) de los siguientes conjuntos contiene elemento(s) que satisfacen la inecuación  $2x + 7 \leq 12 + x$ ?

- I) El conjunto de los números reales menores que 5.
- II) El conjunto de los números reales mayores que 5.
- III) El conjunto formado solo por el número 5.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y III
- E) Solo II y III

### COMENTARIO

Para resolver esta pregunta relacionada al contenido de inecuaciones lineales, el postulante puede despejar  $x$  de la inecuación  $2x + 7 \leq 12 + x$ , obteniendo que  $x \leq 5$ , lo que es equivalente a decir que los elementos que satisfacen la inecuación del enunciado es el conjunto de los números reales menores o iguales a 5, con lo que se concluye que solo los conjuntos en I) y en III) contienen elementos que pertenecen al conjunto solución de la inecuación dada.

Luego, la clave es la opción D), la que fue marcada por el 26% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando difícil y su omisión fue de un 48%.

El distractor más marcado fue A), con un 12% de las preferencias, posiblemente quienes optan por él al resolver la inecuación obtienen correctamente que  $x \leq 5$ , pero no logran comprender que se pregunta por los conjuntos que contienen elementos que satisfacen la inecuación, seleccionando solo la afirmación de I) sin percatarse que el conjunto que está en III) contiene al 5, el cual satisface la inecuación.

## PREGUNTA 23

“El triple del sucesor de un número entero  $x$  no es menor ni igual que el doble del cuadrado del doble de  $x$ ”, es equivalente a

- A)  $3(x + 1) > 2(2x)^2$
- B)  $3x + 1 > 2(2x)^2$
- C)  $3(x + 1) > 4x^2$
- D)  $3(x + 1) < 4x^2$
- E)  $3(x + 1) < 2(2x)^2$

### COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de inecuaciones lineales sencillas, donde el postulante debe traducir la información del enunciado y expresarla como una inecuación.

Así, “el triple del sucesor de un número entero  $x$ ”, se expresa como  $3(x + 1)$ , “el doble del cuadrado del doble de  $x$ ” es equivalente a  $2(2x)^2$  y como la primera expresión “no es menor ni igual que” la segunda expresión, es decir, es mayor que la segunda expresión, se escribe la inecuación como  $3(x + 1) > 2(2x)^2$ , relación que se encuentra en la opción A), que fue marcada por el 47% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de mediana dificultad y su omisión fue de un 31%.

El distractor más marcado fue B), con un 8% de las preferencias, posiblemente quienes optaron por él, omiten el paréntesis al traducir el “triple del sucesor”, ya que sin él lo que dice es “el triple de  $x$  aumentado en uno”.

## PREGUNTA 24

¿Cuál(es) de los siguientes números multiplicados por  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  da(n) como resultado un número racional?

- I)  $2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$   
 II)  $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$   
 III)  $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

- A) Solo I  
 B) Solo II  
 C) Solo I y II  
 D) Solo I y III  
 E) I, II y III

### COMENTARIO

El contenido que el postulante debe conocer para resolver el ítem es el de raíces cuadradas y sus propiedades.

Es así como, si se multiplica  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  por el número dado en I), se obtiene:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2^2} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3^2} = -2$$

Por lo que el producto es un número racional.

En II), se procede de la misma manera,  $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = 1$ ,

número que es un racional.

Análogamente, en III),  $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$  y al racionalizar esta expresión se obtiene:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{2 - 3} = -(5 + 2\sqrt{6}), \text{ número que no es racional.}$$

Del desarrollo anterior se tiene que la opción correcta es C). Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 15% de los postulantes que abordaron la pregunta marcó la opción correcta y su omisión fue de un 64%.

El distractor que más marcaron los postulantes fue B) con un 7% de las preferencias, posiblemente quienes optan por él, multiplican de la siguiente manera:

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot (2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = \sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 6, \text{ número que no es racional.}$$

## PREGUNTA 25

¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?

- A)  $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2}$   
 B)  $\sqrt[3]{3} = 1$   
 C)  $\sqrt{10} - \sqrt{6} = 2$   
 D)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt{3}$   
 E)  $\sqrt{(-1)^2} = -1$

### COMENTARIO

Para responder esta pregunta de raíces cuadradas y cúbicas, hay que recordar que  $\sqrt[n]{p} = p^{\frac{1}{n}}$ , para  $p \geq 0$  y  $n$  un número entero positivo, y que  $\sqrt{b^2} = |b|$ , además de recordar propiedades de las potencias.

En A) se tiene  $\sqrt[3]{4}$ , lo que es igual a  $\sqrt[4]{4^{\frac{1}{3}}} = \left(2^2\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$ , por

lo que la igualdad es verdadera.

En B) se tiene que  $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \neq 1$ , luego la igualdad planteada es falsa.

En C) se tiene  $\sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{5 \cdot 2} - \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{5} \sqrt{2} - \sqrt{3} \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \neq 2$ , así la igualdad planteada es falsa.

En D), la igualdad es falsa, ya que al desarrollar se obtiene:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{6^{\frac{3}{6}}}{2^{\frac{2}{6}}} = \frac{\sqrt[6]{6^3}}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{54} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[6]{3^3} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{2} \neq \sqrt{3}$$

En E),  $\sqrt{(-1)^2} = |-1| = 1 \neq -1$ , luego también la igualdad planteada es falsa.

De los desarrollos anteriores se tiene que la opción correcta es A). Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 17% de los postulantes que la abordaron la contestó correctamente y su omisión fue de un 44%.

El distractor más marcado fue E), con un 15% de las preferencias, lo más probable es que quienes optaron por él, cometen el error de simplificar el exponente de la potencia de la cantidad subradical con el índice de la raíz, es decir,  $\sqrt{(-1)^2} = -1$ , olvidando que  $\sqrt{(-1)^2} = |-1| = 1$ .



## EN EL MES DE AGOSTO prepara la PSU con El Mercurio

Aprovecha la oportunidad de estar presente en las publicaciones DEMRE donde miles de estudiantes preparan su PSU junto a nosotros.

**JUEVES  
15 DE AGOSTO**

Historia y Ciencias  
Sociales. Parte II.

**JUEVES  
22 DE AGOSTO**

Ciencias.  
Parte II.

**JUEVES  
29 DE AGOSTO**

Lenguaje y  
Comunicación. Parte III.

CONTÁCTANOS

Claudia Alonso  
claudia.alonso@mercurio.cl

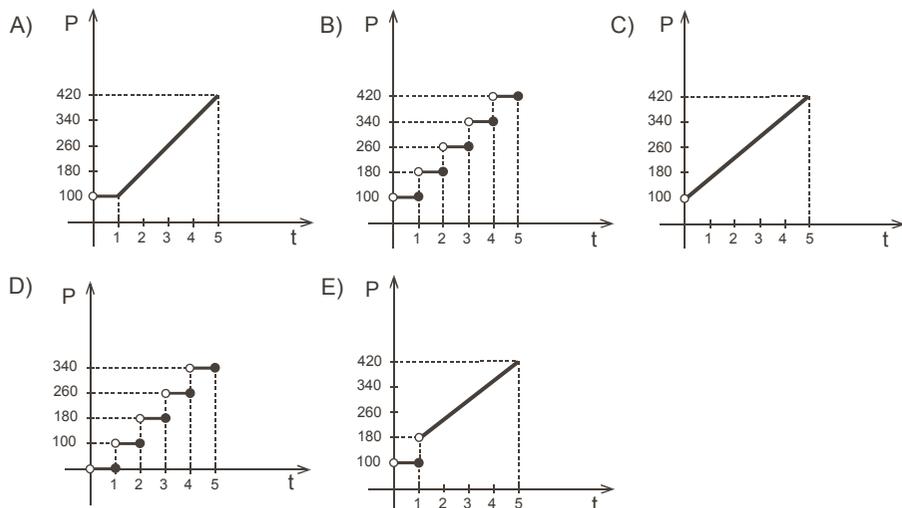
2-2330 1739  
www.elmercuriomediocenter.cl



**EL MERCURIO**

## PREGUNTA 26

Para llamar por teléfono desde Santiago a Punta Arenas, se cobra \$ 100 por el primer minuto o fracción de él y \$ 80 por cada minuto siguiente o fracción de él. Si  $P$  representa el costo por un total de  $t$  minutos, ¿cuál de los siguientes gráficos modela mejor la función  $P(t)$ , para  $t \leq 5$ ?



### COMENTARIO

Para responder esta pregunta de función parte entera, el postulante debe interpretar la información del enunciado y relacionarla con alguno de los gráficos de las opciones.

Así, del enunciado se tiene que los costos de cada llamada se dan por cada minuto o fracción de éstos, es decir, se cobra por intervalos de tiempo de amplitud un minuto, de lo que se concluye que la función costo asociada a esta situación está relacionada con la función parte entera, con lo que se descartan los gráficos en A), en C) y en E).

Ahora, considerando que por el primer minuto o fracción de él hay un cobro de \$ 100 se descarta el gráfico en D), que considera que una llamada de esta duración no tendría costo.

De lo anterior, se tiene que la respuesta correcta es B), la que fue marcada por el 45% de quienes abordaron la pregunta, resultando ésta de mediana dificultad y su omisión fue de un 27%.

El distractor más marcado fue A) con un 12% de las preferencias, posiblemente quienes optan por él, si bien consideran que para el primer minuto o fracción de él, el costo de la llamada sería de \$ 100, a partir de este minuto consideran que la relación entre el costo y el número de minutos de duración de la llamada se modela mejor mediante la gráfica de una función lineal.

## PREGUNTA 27

Si la diferencia de dos números es 45 y están en la razón 3 : 2, entonces el menor de ellos es

- A) 90
- B) 60
- C) 75
- D) 30
- E) 135

### COMENTARIO

Esta pregunta apunta a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y para resolverlo el postulante puede traducir la información del enunciado a dos ecuaciones y luego desarrollar el sistema por algún método.

La primera condición dice que la diferencia entre dos números es 45, si se denomina por  $x$  e  $y$  a estos números, con  $x > y$ , entonces se tiene que  $x - y = 45$ .

Por otro lado, se dice que estos números están en la razón 3 : 2 con lo que se tiene  $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ , que es igual a  $2x = 3y$ .

Con ambas ecuaciones se puede formar el sistema  $\begin{cases} x - y = 45 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$  y para resolverlo

se puede despejar la variable  $x$  de la primera ecuación, obteniéndose  $x = 45 + y$ , expresión que se puede reemplazar en la segunda ecuación, es decir,  $2(45 + y) - 3y = 0$ . Al resolver esta ecuación, se tiene que  $y = 90$ , valor que se encuentra en la opción A), la que fue marcada por un 42% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de mediana dificultad y su omisión fue de un 40%.

El 10% de los postulantes que abordaron la pregunta marcaron el distractor D). Es posible que consideraran el número 45 como el mayor y escriben  $\frac{45}{y} = \frac{3}{2}$ , obteniendo que  $y = 30$ .

## PREGUNTA 28

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} ?$$

- I)  $(x + y)(x - y) = 3$
- II)  $2x = 4$
- III)  $2y = 2$

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

### COMENTARIO

Esta pregunta también está relacionada a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, el postulante para resolverla debe verificar las igualdades dadas en I), en II) y en III).

Así, como  $(x + y) = 3$  y  $(x - y) = 1$ , se tiene que  $(x + y)(x - y) = 3 \cdot 1 = 3$ , por lo que la igualdad en I) es verdadera. Por otro lado, sumando  $(x + y)$  con  $(x - y)$  y 3 con 1, se obtiene  $2x = 4$ , por lo que la igualdad en II) es verdadera. Finalmente, restando  $(x + y)$  con  $(x - y)$  y 3 con 1, se obtiene  $2y = 2$ , luego la igualdad en III) también es verdadera.

Como las tres igualdades son verdaderas, entonces la opción correcta es E), la que fue marcada por el 46% de quienes abordaron la pregunta, resultando de mediana dificultad y su omisión fue de un 37%.

El distractor más marcado fue A) con un 10% de las preferencias, quienes optan por él, posiblemente resuelven el sistema cometiendo errores en su procedimiento que los llevan a otras relaciones, concluyendo que las afirmaciones en II) y en III) son falsas.

## PREGUNTA 29

Si  $f(x) = \frac{1 - 2x - x^2}{x + 1}$ , entonces el valor de  $f(-3)$  es

- A) 1
- B) -1
- C) 7
- D) 8
- E) -8

## COMENTARIO

En esta pregunta relacionada con el contenido de funciones, el postulante debe evaluar el valor  $-3$  en la función  $f(x) = \frac{1-2x-x^2}{x+1}$ .

Así,  $f(-3) = \frac{1-2(-3)-(-3)^2}{(-3)+1} = \frac{1+6-9}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$ , valor que se encuentra en la opción A).

Esta pregunta resultó difícil, ya que solo el 34% de los postulantes que la abordaron la respondieron correctamente y su omisión fue de un 42%.

El distractor más marcado por los postulantes fue E) con un 9% de las preferencias, posiblemente quienes lo marcan consideran que  $-(-3)^2 = 9$ , llegando entonces a que

$$f(-3) = \frac{1-2(-3)-(-3)^2}{(-3)+1} = \frac{1+6+9}{-2} = \frac{16}{-2} = -8.$$

## PREGUNTA 30

¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

- I)  $|-3| \cdot |-2| = |-6|$
- II)  $|-5| \cdot |5| = |-5|^2$
- III)  $|-4| - |-3| = -1$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Ninguna de ellas.

## COMENTARIO

Esta pregunta apunta al concepto de valor absoluto y el postulante para resolverla debe recordar que su definición es  $|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$ .

Así, al utilizar la definición en I), se tiene que  $|-3| \cdot |-2| = 3 \cdot 2 = 6$  y  $|-6| = 6$ , por lo que la igualdad es verdadera.

En II) se tiene,  $|-5| \cdot |5| = 5 \cdot 5 = 25$  y  $|-5|^2 = 5^2 = 25$ , de lo que se concluye que la igualdad también es verdadera.

En III) se tiene,  $|-4| - |-3| = 4 - 3 = 1 \neq -1$ , por lo tanto la igualdad dada es falsa.

De lo anterior, se tiene que la clave es la opción D), la que fue marcada por un 37% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y su omisión fue de un 30%.

El distractor más marcado fue C) con un 13%, quienes optaron por él posiblemente consideran que  $|p| = p$ , independiente del valor que tenga  $p$ , así en I) obtienen que  $|-3| \cdot |-2| = -3 \cdot -2 = 6$  y que  $|-6| = -6$ , por lo que consideran que la igualdad es falsa. Análogamente, obtienen que la igualdad en II) también es falsa y que la igualdad en III) es verdadera.

# INSCRIPCIONES PSU

## Período de Inscripción Extendido

**HASTA EL LUNES 19 DE AGOSTO, 23:59 HORAS**

Sólo a través del Portal del Postulante del sitio web [www.demre.cl](http://www.demre.cl)

**Arancel único: \$26.720.- (\*)**

\* Se puede cancelar valor mediante cupón de pago en Banco de Chile o sistema Webpay para tarjetas de crédito bancarias.

**ATENCIÓN ESTUDIANTES DE IV MEDIO DE COLEGIOS MUNICIPALES Y PARTICULAR SUBVENCIONADOS**

**Beca Junaeb para la PSU**

**Beneficio para inscribirse gratuitamente para la Prueba de Selección Universitaria**

**Sólo válida completando todos los datos en [www.demre.cl](http://www.demre.cl), sección Portal del Postulante.**

