



EN EL MERCURIO

N° 19

EN ESTAS PÁGINAS ENCONTRARÁS EL ANÁLISIS DE LAS PREGUNTAS 46 A LA 60 DE LA PSU DE MATEMÁTICA 2011.

EL JUEVES 11 DE OCTUBRE ENCONTRARÁS LA CUARTA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA OFICIAL DE HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES.



SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE:  
RESOLUCIÓN PRUEBA OFICIAL  
MATEMÁTICA PARTE IV

PROCESO DE ADMISIÓN 2013:

# Carreras, vacantes y ponderaciones

UNA DE LAS CLAVES PARA SORTEAR CON ÉXITO EL PROCESO DE ADMISIÓN 2013 ES ANALIZAR LOS REQUISITOS DE CADA UNIVERSIDAD, PONDERACIONES Y CARRERAS, INFORMACIÓN QUE ESTARÁ DISPONIBLE EN LA SERIE DEL CONSEJO DE RECTORES QUE PUBLICARÁ EL PRÓXIMO 11 DE OCTUBRE. ES ESENCIAL RECORDAR QUE LA POSTULACIÓN DEBE HACERSE CONSIDERANDO EL ORDEN DE PREFERENCIAS, YA QUE UNA VEZ ENVIADA NO ES POSIBLE MODIFICARLA.

**EL PRÓXIMO 11 DE OCTUBRE**, además de la publicación habitual de la serie DEMRE, correspondiente a la cuarta parte de la Resolución de la Prueba Oficial de Historia y Ciencias Sociales, también publicará junto a "El Mercurio" la serie del Consejo de Rectores con la oferta definitiva de carreras, vacantes, requisitos y ponderaciones de las universidades pertenecientes al CRUCH y aquellas adscritas al Proceso de Admisión 2013.

Toda esta información es entregada por cada una de estas universidades; por lo tanto, la labor en esta materia del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo, Demre, es procesarla y publicarla para el conocimiento de los postulantes y de la comunidad académica en general.

Este documento también dispone de los datos necesarios para el procedimiento de postulación, selección y matrícula.

Todo interesado debe considerar que una vez cumplidas las etapas de postulación, no puede modificar ningún aspecto. Por lo tanto, se aconseja leer y analizar cada uno de los datos que hay que registrar en las etapas del proceso.

Sólo pueden postular aquellas personas que tienen un puntaje promedio entre las pruebas de Lenguaje y Comunicación, y Matemática, igual o superior a 450 puntos.

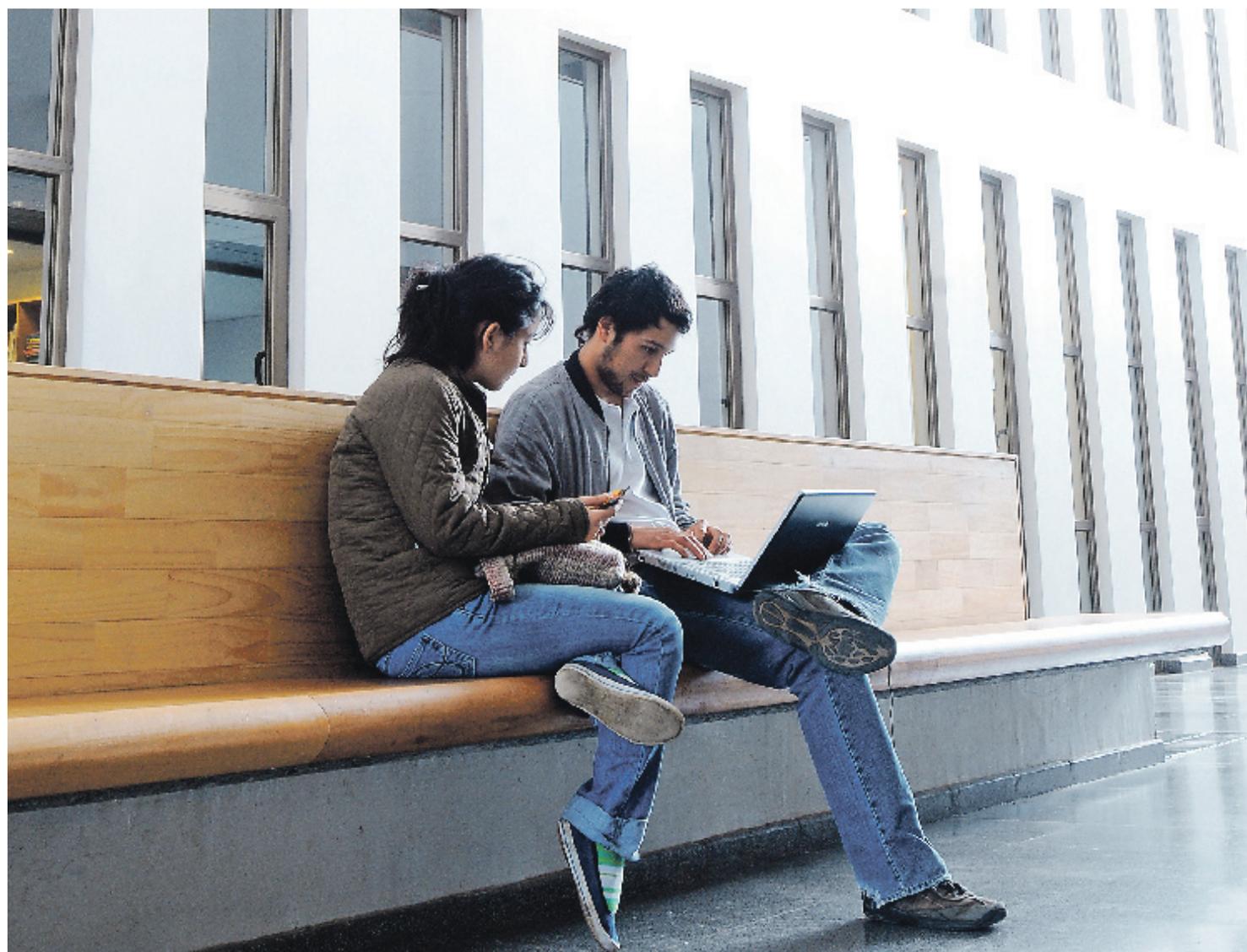
No obstante, cada universidad está facultada para exigir un puntaje mínimo de postulación aún mayor, tanto para carreras específicas como para la institución en general.

Si el postulante posee un puntaje ponderado inferior al mínimo exigido, su postulación quedará eliminada, pero continuará participando en las que cumpla con los requisitos.

Se puede postular a un máximo de diez carreras. Se aconseja observar con atención el número de postulaciones que algunas universidades han fijado como máximo. Si el postulante excede este número, las últimas carreras elegidas serán eliminadas automáticamente.

Por otro lado, cada universidad determina los requisitos y elementos de selección que exigirá para ingresar a las carreras que ofrece, y les asigna las ponderaciones que considera adecuadas. Dentro de los elementos de selección podemos encontrar: promedio de notas de educación media, ranking de notas, prueba de Lenguaje y Comunicación, prueba de Matemática, pruebas de Historia y Ciencias Sociales o prueba de Ciencias, y pruebas especiales.

De esta manera, el puntaje con el que el candidato postula a una carrera se calcula aplicando las ponderaciones a sus resultados en cada uno de los elementos de selección.



## RANKING DE NOTAS COMO PONDERACIÓN FIJA

**Un dato a considerar es que el Consejo de Rectores, para el presente proceso, acordó incluir el Ranking de Notas como un factor de ponderación fijo de 10% en todas las carreras que ofrecen las instituciones de Educación Superior del Consejo de Rectores y aquellas adscritas al Proceso de Admisión 2013.**

Luego que se calcula esta cifra final, los candidatos a cada carrera se ordenan por orden decreciente de sus puntajes. En este sentido, las carreras completan sus vacantes a partir del postulante que ocupa el primer lugar en sus listas, en orden de precedencia, hasta llenar los cupos establecidos.

Si un postulante queda convocado en su pri-

mera postulación, será eliminado del resto de la lista. En su defecto, quedará en lista de espera, y pasa a competir en su segunda preferencia. Si es convocado en ésta, será eliminado del resto de la lista, y así sucesivamente.

Este procedimiento impide que un mismo postulante pueda figurar en más de una lista de convocados, aunque sí permite figurar

en una o más listas de espera. Lo esencial, entonces, es que el postulante marque sus carreras en orden de preferencia, ya que no hay posibilidad de rectificar dicha información una vez enviada.

Todos los datos y requisitos específicos del proceso se encontrarán en esta serie del Consejo de Rectores.

# RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA

## PARTE IV

### PRESENTACIÓN

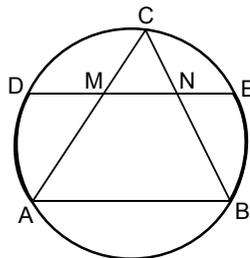
Esta publicación se abocará al análisis de las preguntas N° 46 a la N° 60, publicadas el 14 de junio del presente año, de las cuales 13 son del Eje Temático de Geometría y 2 del Área Temática de Probabilidades. Estas preguntas apuntan a contenidos de segundo a cuarto año medio y en los comentarios de ellas se especifica el contenido que está involucrado y los tópicos previos que son necesarios para su resolución. Además, para cada una se indica el grado de dificultad con que resultó, el porcentaje de omisión que tuvo y se señalan los errores más comunes que probablemente cometieron los alumnos en la resolución de estos ítemes.

### PREGUNTA 46

El triángulo ABC está inscrito en la circunferencia de la figura 8, además, el arco DA es congruente con el arco BE. ¿Cuál de las siguientes proporciones es **siempre** verdadera?

- A)  $\frac{AB}{MN} = \frac{DM}{NE}$
- B)  $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$
- C)  $\frac{MA}{AB} = \frac{CM}{MN}$
- D)  $\frac{CM}{MD} = \frac{CN}{NE}$
- E)  $\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{NB}$

fig. 8



### COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con el Teorema de Thales relativo a la proporcionalidad de trazos en triángulos, el cual indica que toda recta paralela a un lado de un triángulo y que interseca a los otros dos lados divide a estos últimos en segmentos proporcionales.

Para resolverla el postulante debe analizar la información entregada en el enunciado, así, se tiene que el arco DA es congruente con el arco BE, lo que implica que los segmentos DE y AB son paralelos, luego aplicando el Teorema de Thales en el  $\Delta ABC$ , se tiene que  $\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$ .

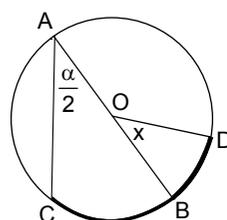
Esta relación se encuentra en la opción B), la que fue marcada por el 38% de quienes abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue del 48%. El distractor C) fue el más marcado, con una adhesión del 5%, el cual corresponde a un error muy frecuente al aplicar el Teorema de Thales, que es plantear  $\frac{CM}{MN} = \frac{MA}{AB}$ .

### PREGUNTA 47

En la circunferencia de centro O de la figura 9,  $\overline{AB}$  es un diámetro y el arco CB es el doble del arco BD. ¿Cuánto mide el ángulo x, en función de  $\alpha$ ?

- A)  $2\alpha$
- B)  $\frac{\alpha}{4}$
- C)  $\alpha$
- D)  $\frac{\alpha}{2}$
- E)  $\frac{\alpha}{8}$

fig. 9



### COMENTARIO

El postulante para resolver este ítem debe aplicar el teorema que plantea que en una circunferencia la medida del ángulo del centro es el doble de la medida de un ángulo inscrito que subtiende el mismo arco.

De la figura 9 se tiene que el  $\sphericalangle COB$  es un ángulo del centro que subtiende el arco CB y que el  $\sphericalangle CAB$  es un ángulo inscrito que subtiende el mismo arco, luego  $\sphericalangle COB = 2 \sphericalangle CAB = 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \alpha$ .

Por otro lado, del enunciado se tiene que el arco CB es el doble del arco BD, así  $\sphericalangle COB = 2 \sphericalangle BOD = 2x$ . Ahora, como  $\sphericalangle COB = 2x = \alpha$ , entonces la medida de x, en función de  $\alpha$ , es  $\frac{\alpha}{2}$ , expresión que se encuentra en la opción D).

La respuesta correcta fue seleccionada por el 26% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando éste difícil, con una omisión del 48%. Además, el distractor B) fue el de mayor frecuencia con un 12%, probablemente los postulantes consideraron que un ángulo inscrito y el ángulo del centro que subtiende el mismo arco son de igual medida, en este caso  $\sphericalangle COB = \sphericalangle CAB = \frac{\alpha}{2}$ , luego  $2x = \frac{\alpha}{2}$ ,

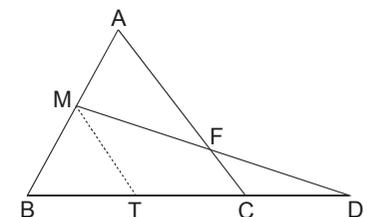
llegando a que  $x = \frac{\alpha}{4}$ .

### PREGUNTA 48

En la figura 10, el triángulo ABC es equilátero, los puntos M, F y T pertenecen a él y D es la intersección de las rectas BC y MF. Si  $AM = MB = BT = 10$  cm y  $CD = 12$  cm, entonces la medida del segmento FC es

- A)  $\frac{30}{11}$  cm
- B) 5 cm
- C)  $\frac{15}{4}$  cm
- D) 6 cm
- E)  $\frac{60}{11}$  cm

fig. 10



### COMENTARIO

Este ítem apunta a la aplicación del Teorema de Thales sobre trazos proporcionales. Del enunciado se tiene que el  $\Delta ABC$  es equilátero y que  $AM = MB = BT = 10$  cm, luego  $BC = AB = 20$  cm, por lo que  $TC = 10$  cm.

Por lo anterior, T y M son los puntos medios de  $\overline{BC}$  y  $\overline{BA}$ , respectivamente, lo que implica que  $\overline{MT}$  es mediana del  $\Delta ABC$  y por lo tanto,  $\overline{MT} \parallel \overline{AC}$  y  $MT = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$  cm.

Ahora, al aplicar el teorema de Thales en el  $\Delta TDM$  se obtiene que  $\frac{DC}{CF} = \frac{DT}{TM}$ , es decir  $\frac{12}{CF} = \frac{22}{10}$ , de donde  $CF = \frac{60}{11}$  cm, medida que se encuentra en la opción E), que fue marcada por el 9% de los postulantes que abordaron la pregunta, por lo que ésta resultó difícil.

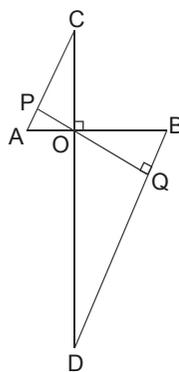
Además, la omisión fue de un 69% y el distractor B) fue el más elegido, con un 9% de adhesión. Posiblemente los postulantes se dejaron guiar por la figura y pensaron que C y F son los puntos medios de  $\overline{TD}$  y  $\overline{MD}$ , respectivamente, luego  $\overline{CF}$  es mediana del  $\Delta TDM$  y por lo tanto  $FC = \frac{1}{2} MT = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$  cm.

## PREGUNTA 49

En la figura 11, los triángulos AOC y DOB son rectángulos en O,  $AO = \frac{1}{4}$  cm,  $OB = \frac{1}{2}$  cm,  $OC = \frac{3}{5}$  cm,  $DB = \frac{13}{10}$  cm y  $OD = \frac{6}{5}$  cm. Si los puntos P, O y Q son colineales, con P en  $\overline{AC}$  y Q en  $\overline{DB}$ , entonces la medida del segmento PQ es

- A)  $\frac{6}{13}$  cm
- B)  $\frac{3}{18}$  cm
- C)  $\frac{13}{20}$  cm
- D)  $\frac{9}{13}$  cm
- E)  $\frac{18}{13}$  cm

fig. 11



### COMENTARIO

El contenido relacionado con esta pregunta es la semejanza de figuras planas y los criterios de semejanza de triángulos, la cual se puede abordar de distintas maneras y una de ellas es la siguiente:

En primer lugar se calculará la medida de  $\overline{OQ}$  igualando dos expresiones que permiten calcular el área del triángulo rectángulo DBO, es decir,  $\frac{OQ \cdot DB}{2} = \frac{OB \cdot OD}{2}$ . Al reemplazar en esta igualdad las medidas dadas en el

enunciado se tiene  $\frac{OQ \cdot \frac{13}{10}}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5}}{2}$ , de donde se obtiene que  $OQ = \frac{6}{13}$  cm.

Ahora, por el criterio de semejanza de triángulos LAL los triángulos AOC y BOD son semejantes con razón de semejanza 1 : 2, ya que se cumple que  $\frac{AO}{OB} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ,

$\frac{OC}{OD} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{5}} = \frac{1}{2}$  y  $\sphericalangle AOC = \sphericalangle DOB = 90^\circ$ . Como las medidas lineales en triángulos

semejantes conservan la proporción, se tiene que las medidas de las alturas de estos triángulos están en razón  $\frac{1}{2}$ , es decir,  $\frac{OP}{OQ} = \frac{1}{2}$  y como  $OQ = \frac{6}{13}$  cm, se obtiene

que  $OP = \frac{3}{13}$  cm. Por último,  $PQ = OQ + OP = \frac{6}{13} + \frac{3}{13} = \frac{9}{13}$  cm, medida que está en la opción D).

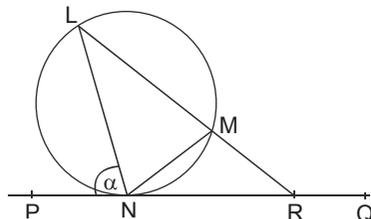
Este ítem resultó difícil, ya que el 7% de las personas que lo abordaron, lo contestó correctamente y la omisión fue de un 84%. Ahora, entre los distractores la más alta adhesión fue la del distractor A), con un 3%, que corresponde a la medida de  $\overline{OQ}$ .

## PREGUNTA 50

En la figura 12 la recta PQ es tangente en N a la circunferencia que pasa por L y M. Si  $LN = LM$  y la recta LM intersecta a la recta PQ en R, entonces la medida del  $\sphericalangle LRP$ , en función de  $\alpha$ , es

- A)  $180^\circ - 3\alpha$
- B)  $3\alpha - 180^\circ$
- C)  $180^\circ - 2\alpha$
- D)  $180^\circ - \alpha$
- E)  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

fig. 12



### COMENTARIO

La pregunta está relacionada con los ángulos en una circunferencia y con la aplicación de sus propiedades. En efecto, el  $\sphericalangle PNL$  es un ángulo semi inscrito que subtende el arco LN y el  $\sphericalangle LMN$  es un ángulo inscrito que subtende el mismo arco y por lo tanto,  $\sphericalangle PNL = \sphericalangle LMN = \alpha$ .

Ahora, del enunciado se tiene que  $LN = LM$ , por lo que el  $\triangle MLN$  es isósceles de base  $\overline{MN}$  y  $\sphericalangle LMN = \sphericalangle LNM = \alpha$ . Por otro lado,  $\sphericalangle PNL + \sphericalangle LNM + \sphericalangle MNR = 180^\circ$ , luego al reemplazar por las medidas respectivas se tiene  $\alpha + \alpha + \sphericalangle MNR = 180^\circ$ , de donde  $\sphericalangle MNR = 180^\circ - 2\alpha$ . Por último, el ángulo exterior LMN del  $\triangle NRM$  es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él, es decir,  $\sphericalangle LMN = \sphericalangle MNR + \sphericalangle LRP$  y al reemplazar por las medidas respectivas se llega a que  $\alpha = 180^\circ - 2\alpha + \sphericalangle LRP$ , obteniéndose que  $\sphericalangle LRP = 3\alpha - 180^\circ$ .

Esta expresión se encuentra en la opción B) que fue seleccionada por el 4% de los postulantes que abordaron la pregunta, por lo que ésta resultó difícil, con una omisión del 78%. El distractor más marcado fue C), con una adhesión del 5%, posiblemente, los postulantes se dejaron guiar por la figura y pensaron que el  $\triangle NRM$  era isósceles de base  $\overline{NR}$  y como  $\sphericalangle MNR = 180^\circ - 2\alpha$ , entonces  $\sphericalangle LRP = 180^\circ - 2\alpha$ .

## PREGUNTA 51

En un triángulo ABC, los lados miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La tangente de uno de los ángulos del  $\triangle ABC$  es  $\frac{3}{5}$ .
- B) La tangente de uno de los ángulos del  $\triangle ABC$  es  $\frac{4}{5}$ .
- C) El seno de uno de los ángulos del  $\triangle ABC$  es  $\frac{3}{4}$ .
- D) El coseno de uno de los ángulos del  $\triangle ABC$  es  $\frac{3}{4}$ .
- E) El seno de uno de los ángulos del  $\triangle ABC$  es  $\frac{3}{5}$ .

### COMENTARIO

El postulante debe recordar las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Además, debe saber reconocer números pitagóricos. Como las medidas de los lados del triángulo ABC forman un trío pitagórico, entonces éste es rectángulo.

Ahora, la tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre la medida del cateto opuesto y la medida del cateto adyacente a ese ángulo, luego las tangentes de los ángulos del  $\triangle ABC$  son  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{4}{3}$ , por lo que se descartan las opciones A) y B).

Por otro lado, el coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre la medida del cateto adyacente al ángulo y la medida de la hipotenusa del triángulo, así los cosenos de los ángulos del  $\triangle ABC$  son  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{4}{5}$ , descartándose la opción D). Por último, el seno de un ángulo en un triángulo rectángulo se define como la razón entre la medida del cateto opuesto al ángulo y la medida de la hipotenusa del triángulo, de este modo, los senos de los ángulos del  $\triangle ABC$  son  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{4}{5}$ , por lo que se descarta la opción C) y se concluye que E) es verdadera, la que fue marcada por el 26% de los postulantes que abordaron el ítem, siendo éste difícil y la omisión fue del 60%.

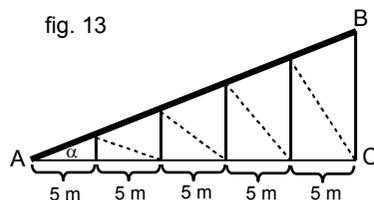
Las personas que se equivocaron al contestar esta pregunta se distribuyeron uniformemente entre los distractores, posiblemente no recordaron correctamente las definiciones de las razones trigonométricas.

## PREGUNTA 52

Alrededor de un estadio se proyecta construir un techo, cuyo perfil se muestra en la figura 13 y para ello, se deben colocar sujeciones verticales cada 5 metros. Si  $\overline{AC}$  está horizontal, ¿cuál sería la medida de  $\overline{AB}$  de dicho techo, en función de  $\alpha$  y en metros?

- A)  $\frac{25}{\cos \alpha}$       D)  $25 \operatorname{sen} \alpha$   
 B)  $25 \cos \alpha$       E)  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{25}$   
 C)  $\frac{25}{\operatorname{sen} \alpha}$

fig. 13



### COMENTARIO

Este ítem apunta a la resolución de problemas relativos a cálculos de alturas o distancias inaccesibles que pueden involucrar proporcionalidad en triángulos rectángulos, donde el postulante debe aplicar la definición de las razones trigonométricas.

En efecto, del enunciado se tiene que  $\overline{AC}$  está horizontal y la sujeción  $\overline{BC}$  está vertical, luego el  $\Delta ACB$  es rectángulo en C y por lo tanto, se pueden aplicar las razones trigonométricas para encontrar  $\overline{AB}$  en función de  $\alpha$ . Ahora, de la figura se conoce la medida del cateto adyacente a  $\alpha$ ,  $AC = 25$  m y la razón que se puede aplicar en este caso es  $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$ , de donde  $AB = \frac{25}{\cos \alpha}$  m.

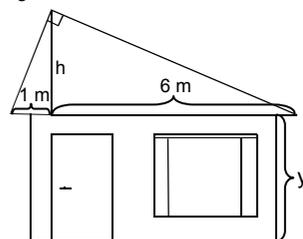
Por lo tanto, la opción correcta es A), que fue seleccionada por el 20% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y con una omisión que alcanzó al 63%. El distractor más marcado fue B) con un 6%, quienes optaron por él quizás utilizaron  $\cos \alpha = \frac{AB}{25}$  para encontrar la medida de  $\overline{AB}$ .

## PREGUNTA 53

La figura 14 representa la fachada de una casa vista de frente y la techumbre tiene forma de triángulo rectángulo. Si la altura (h) de la techumbre es  $\frac{4}{5}$  de la altura (y) del muro de la casa, ¿cuál es la altura del muro?

- A)  $\frac{4\sqrt{6}}{5}$  m  
 B)  $\frac{5\sqrt{6}}{4}$  m  
 C) 7,5 m  
 D) 4,8 m  
 E) No se puede determinar, faltan datos.

fig. 14



### COMENTARIO

Para resolver esta pregunta el postulante puede aplicar el Teorema de Euclides, en particular el que plantea que en todo triángulo rectángulo se cumple que el cuadrado de la medida de la altura sobre la hipotenusa es igual al producto de las medidas de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

Del enunciado se tiene que h es la altura de la techumbre que tiene forma de triángulo rectángulo, luego aplicando el Teorema de Euclides se tiene que  $h^2 = 1 \cdot 6$ , de donde  $h = \sqrt{6}$  m. Por otro lado, se plantea que h es  $\frac{4}{5}$  de la altura (y) del muro de la casa, es decir  $h = \frac{4}{5}y$ , reemplazando h por su medida se llega a  $\sqrt{6} = \frac{4}{5}y$ , luego al despejar y, se obtiene que  $y = \frac{5\sqrt{6}}{4}$  m, medida que se encuentra en la opción B).

Esta opción fue marcada por el 13% de los postulantes que abordaron el ítem, por lo que éste resultó difícil y la omisión fue del 67%. Por otra parte, el distractor E) fue el más seleccionado, con un 11%, posiblemente debido a un desconocimiento del Teorema de Euclides.

## PREGUNTA 54

En la figura 15, el triángulo ABC es rectángulo en C, los segmentos CD y EF son perpendiculares al segmento AB y los segmentos FG y DE son perpendiculares al segmento AC. ¿Cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

- I)  $\frac{ED}{CE} = \frac{AE}{ED}$   
 II)  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$   
 III)  $\Delta DEC \sim \Delta FGE$

- A) Sólo I  
 B) Sólo III  
 C) Sólo I y III  
 D) Sólo II y III  
 E) I, II y III

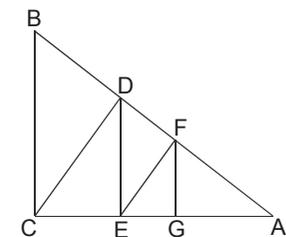


fig. 15

### COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido del Teorema de Euclides y a los criterios de semejanza de triángulos.

Para su resolución, el postulante debe deducir que el  $\Delta CDA$  es rectángulo en D y que  $\overline{DE}$  es una altura de este triángulo, luego aplicando el Teorema de Euclides relativo a la altura se tiene que  $ED^2 = CE \cdot AE$ , de donde  $\frac{ED}{CE} = \frac{AE}{ED}$ , por lo que la relación en I) es verdadera. Ahora, aplicando en el mismo triángulo el Teorema de Euclides relativo al cateto se llega a que  $AD^2 = AE \cdot AC$ , obteniéndose que  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$ , luego la relación en II) es verdadera.

Otra forma de obtener las relaciones planteadas en I) y en II) es a través de la igualdad entre las razones de los lados homólogos de dos triángulos semejantes. Para I) se puede utilizar la semejanza entre los triángulos CED y DEA y para II) la semejanza entre los triángulos CDA y DEA.

En cuanto a la tercera relación, del enunciado se tiene que los segmentos CD y EF son perpendiculares al segmento AB, luego  $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$  y por lo tanto  $\sphericalangle FEG = \sphericalangle DCE$ , por ser ángulos correspondientes entre paralelas. Además, como los segmentos FG y DE son perpendiculares al segmento AC, entonces  $\sphericalangle FGE = \sphericalangle DEC = 90^\circ$ . Así, como los triángulos DEC y FGE tienen dos pares de ángulos congruentes, éstos son semejantes por el criterio AA, concluyéndose que la relación en III) es también verdadera.

Por el desarrollo anterior, se tiene que la opción correcta es E), la cual fue seleccionada por el 9% de los alumnos que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y con una omisión del 56%. Además, el 18% de los postulantes se inclinaron por el distractor B), probablemente por desconocimiento del teorema de Euclides o por que no pudieron reconocer los lados correspondientes entre los triángulos semejantes.

## PREGUNTA 55

La figura 16 está formada por el triángulo ADC rectángulo en D y un cuarto de círculo de centro D. Si la figura 16 se hace girar indefinidamente en torno al segmento AB, entonces el cuerpo que se genera está formado por

- A) un cono y una esfera.  
 B) un cono y una media esfera.  
 C) una pirámide y una media esfera.  
 D) una pirámide y un cuarto de esfera.  
 E) un cono y un cuarto de esfera.

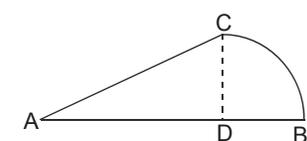


fig. 16

## COMENTARIO

El postulante para resolver esta pregunta debe determinar los cuerpos que se generan al hacer girar en forma indefinida figuras planas, en este caso la figura 16, la que está compuesta por dos figuras planas, un triángulo rectángulo en D y un cuarto de círculo de centro D. Como el triángulo se hace girar en torno a  $\overline{AD}$ , entonces el cuerpo que se genera es un cono de radio basal  $\overline{CD}$  y altura  $\overline{AD}$ . Ahora, como el cuarto de círculo se hace girar en torno al radio  $\overline{DB}$ , el cuerpo que se genera es una media esfera.

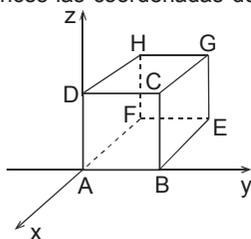
Por lo tanto, la clave es B), que tuvo una adhesión del 38%, por lo cual el ítem resultó difícil y tuvo una omisión del 38%. El distractor más marcado fue E), con un 9% de adhesión. En este caso, se equivocan al determinar el cuerpo que se genera con el cuarto de círculo, probablemente asocian en forma directa un cuarto de círculo con un cuarto de esfera.

## PREGUNTA 56

En la figura 17 se muestra un cubo de arista 2. Si el vértice A está en el punto (0, 0, 0), la arista  $\overline{AD}$  está en el eje z y el vértice B está en el eje y, entonces las coordenadas del vértice E son

- A) (0, 2, 0)
- B) (0, -2, 0)
- C) (2, -2, 0)
- D) (-2, 2, 0)
- E) (-2, 0, 2)

fig. 17



## COMENTARIO

Esta pregunta apunta a que el postulante determine las coordenadas de un punto en el espacio.

En este caso, la figura muestra un cubo que tiene el vértice A en el origen del sistema de ejes coordenados y las aristas  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AD}$  y  $\overline{AF}$  en los ejes del sistema, de modo que el cuadrado ABEF está en el plano xy, luego la tercera coordenada del punto E es 0. Ahora, como los lados de este cuadrado miden 2, se tiene que la distancia del punto E al eje x es 2, luego la segunda coordenada de E es 2. Por último, la distancia de E al eje y también es 2, pero como éste se ubica en el cuadrante donde los valores de x son negativos, la primera coordenada de E es -2.

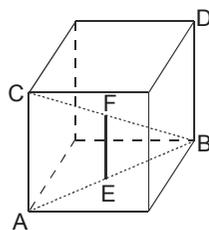
De esta manera, las coordenadas de E son (-2, 2, 0), las que se encuentran en la opción D), marcada por el 19% de los postulantes que abordaron el ítem, por lo que éste resultó difícil y la omisión alcanzó al 65%. El distractor más marcado fue A) con un 7% de las preferencias, es posible que los alumnos al visualizar que el punto E está en el plano xy, determinan que la primera y la tercera coordenada es 0 y obtienen bien la segunda coordenada.

## PREGUNTA 57

En la figura 18, A, B, C y D son vértices del cubo de arista 1 cm. Si E es el punto medio de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{EF} \perp \overline{AB}$  y F está en  $\overline{BC}$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- A) El  $\Delta ABC$  no es isósceles.
- B) El segmento EF mide  $\frac{1}{2}$  cm.
- C) El área del  $\Delta ABC$  es  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>.
- D)  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD$
- E) El  $\sphericalangle ABC$  mide 30°.

fig. 18



## COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de rectas y planos en el espacio y para resolverlo el estudiante debe, además, recordar de la Enseñanza Básica conceptos y propiedades relacionadas con los triángulos.

Del enunciado se deduce que CA = 1 cm y de la figura se tiene que  $\overline{AB}$  es una diagonal de una de las caras del cubo y por lo tanto, mide  $\sqrt{2}$  cm y es perpendicular a  $\overline{CA}$ , luego el  $\Delta ABC$  es rectángulo en A, con catetos de distinta medida y por lo tanto, este triángulo no puede ser isósceles, luego la afirmación en A) es verdadera.

Por otro lado, del enunciado se tiene que E es el punto medio de  $\overline{AB}$  y que  $\overline{EF} \perp \overline{AB}$  y como  $\overline{AB} \perp \overline{CA}$ , entonces  $\overline{EF} \parallel \overline{CA}$ , con lo que se concluye que  $\overline{EF}$  es mediana del  $\Delta ABC$ , por lo que  $EF = \frac{1}{2}CA = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$  cm, por lo que la afirmación en B) es verdadera.

Para determinar la veracidad de la afirmación en C) hay que calcular el área del triángulo rectángulo ABC, la que se puede obtener mediante la expresión  $\frac{AC \cdot AB}{2}$ , es decir,  $\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  cm<sup>2</sup>, de lo que se tiene que la afirmación en C) es verdadera.

Ahora, como  $\overline{CD}$  y  $\overline{AB}$  son diagonales de dos caras opuestas del cubo, que tienen la misma dirección, entonces  $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$  y como  $\overline{CB}$  las intersecta, se tiene que  $\sphericalangle ABC$  y  $\sphericalangle BCD$  son ángulos alternos internos entre paralelas, por lo que se cumple que  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD$ , luego la afirmación en D) es verdadera.

Por último, si  $\sphericalangle ABC = \alpha$  se tiene que  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , pero se sabe que  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ , por lo que el  $\sphericalangle ABC$  no puede medir 30°, de lo que se concluye que la afirmación en E) es la falsa.

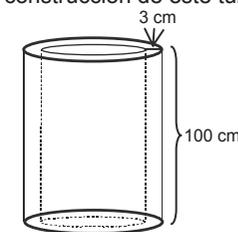
Del desarrollo anterior se tiene que la opción correcta es E), la que fue marcada por el 9% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y su omisión fue de un 70%. El distractor más marcado fue A) con un 8% de las preferencias, posiblemente quienes optaron por él, consideraron que una diagonal del cubo mide lo mismo que una diagonal de una cara del cubo.

## PREGUNTA 58

Un tubo de alcantarillado de forma cilíndrica y de base circular, como el que se muestra en la figura 19, tiene 3 cm de grosor y un radio interno de x cm. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el volumen del material usado en la construcción de este tubo?

- A)  $100\pi(x + 3)^2$  cm<sup>3</sup>
- B)  $100\pi(x - 3)^2$  cm<sup>3</sup>
- C)  $100\pi(6x + 9)$  cm<sup>3</sup>
- D)  $900\pi$  cm<sup>3</sup>
- E)  $100\pi(x^2 + 9)$  cm<sup>3</sup>

fig. 19



## COMENTARIO

Este ítem apunta a la resolución de problemas que plantean diversas relaciones entre cuerpos geométricos, donde el postulante debe saber que el volumen de un cilindro de radio r y altura h, se calcula a través de la fórmula  $h\pi r^2$ .

De la figura se puede observar que el tubo de alcantarillado se elaboró a partir de dos cilindros, P y Q, P de radio  $(x + 3)$  cm y Q de radio x cm, luego para obtener el volumen del material usado en la construcción del tubo se puede calcular restando el volumen del cilindro P con el volumen del cilindro Q. Ahora, como ambos cilindros tienen altura 100 cm, entonces el volumen del cilindro P está dado por  $100\pi(x + 3)^2$  y el volumen del cilindro Q está dado por  $100\pi x^2$ , luego la resta entre estas expresiones es  $100\pi(x + 3)^2 - 100\pi x^2 = 100\pi(x^2 + 6x + 9) - 100\pi x^2 = 100\pi(x^2 + 6x + 9 - x^2) = 100\pi(6x + 9)$  cm<sup>3</sup>, expresión que representa el volumen del material utilizado en la construcción del tubo y se encuentra en la opción C).

Esta pregunta resultó difícil, ya que el 8% de quienes la abordaron la respondieron correctamente y su omisión fue de un 71%. El distractor más marcado fue A) con un 12% de las preferencias, quienes optaron por él, sólo consideraron el volumen del cilindro P, es decir,  $100\pi(x + 3)^2$  cm<sup>3</sup>.

### PREGUNTA 59

En una sala hay 20 mujeres y 15 hombres, 12 de las mujeres son casadas y 10 de los hombres son casados. Si se elige al azar una persona de la sala, ¿cuál es la probabilidad de elegir una mujer casada?

- |  |                    |
|--|--------------------|
| A) $\frac{12}{22}$                     | D) $\frac{12}{35}$ |
| B) $\frac{12}{20}$                     | E) $\frac{1}{12}$  |
| C) $\frac{20}{35} \cdot \frac{22}{35}$ |                    |

#### COMENTARIO

Para resolver el ítem, el postulante debe comprender la probabilidad como una proporción entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, en el caso de experimentos con resultados equiprobables.

Como en la pregunta se pide la probabilidad de que al elegir al azar una persona de la sala, ésta sea una mujer casada, se debe determinar la cantidad total de personas que están en la sala, para esto, del enunciado se tiene que en la sala hay 20 mujeres y 15 hombres, por lo que en total se tienen 35 personas. Ahora, como son 12 las mujeres casadas que hay en la sala, la probabilidad pedida es  $\frac{12}{35}$ .

Luego, la clave es D) que fue elegida por el 62% de los postulantes que la abordaron, resultando un ítem fácil y su omisión alcanzó al 15%. El distractor con el mayor porcentaje de las preferencias fue B) con un 12%, el error que cometen posiblemente los postulantes que marcaron esta opción, fue que consideran el total de mujeres de la sala como el número total de resultados posibles, llegando a la probabilidad de  $\frac{12}{20}$ .

### PREGUNTA 60

En una bolsa hay, en total, 8 bolitas del mismo tipo, de color amarillo o negro, que están numeradas en forma correlativa del 1 al 8. Las amarillas son las pares y las negras son las impares. Si se saca una bolita al azar de la bolsa, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea negra mayor que 5?

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A) $\frac{1}{2}$ | D) $\frac{1}{3}$ |
| B) $\frac{3}{8}$ | E) $\frac{1}{8}$ |
| C) $\frac{1}{4}$ |                  |

#### COMENTARIO

Al igual que el ítem anterior, esta pregunta apunta al contenido de probabilidad como una proporción entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, cuando los experimentos tienen resultados equiprobables.

Ahora, para resolver el ítem se debe calcular el número de resultados favorables, ya que el número total de resultados posibles es 8, que son las bolitas de la bolsa. Como se pide la probabilidad de que al sacar al azar una bolita de la bolsa, ésta sea negra mayor que 5, del enunciado se tiene que las bolitas negras son las numeradas con un número impar, que serían las numeradas con el 1, el 3, el 5 y el 7, de donde se tiene que sólo la bolita numerada con el 7 cumple con ser de color negro mayor que 5. Por lo tanto, la probabilidad pedida es  $\frac{1}{8}$ .

De lo anterior, se tiene que la clave es E), con un 56% de las preferencias por quienes abordaron el ítem, resultando éste mediano y su omisión fue de un 16%. Entre los distractores, la opción C) fue la más elegida, con un 12%, posiblemente los que la marcaron consideran como total de casos posibles la cantidad de bolitas de color negro que hay en la bolsa, llegando a la probabilidad  $\frac{1}{4}$ .



**¡ÚLTIMA OPORTUNIDAD!**  
**INSCRIPCIÓN PSU**  
**PERÍODO EXTRAORDINARIO**

**FINALIZA MAÑANA, VIERNES 5 DE OCTUBRE.**

Sólo a través de [www.demre.cl](http://www.demre.cl), Portal del Postulante

**CON** **psu@**  
EL MERCURIO

**NO LLEGUES  
A LA PRUEBA  
COMO ZOMBIE**



**PREPÁRATE CON TIEMPO, ESTUDIA  
Y DIVIÉRTETE A LA VEZ**

**INSCRÍBETE EN [PSU.ELMERCURIO.COM](http://PSU.ELMERCURIO.COM)**

**PRUEBAS  
REALES**



**ENSAYOS  
EN LÍNEA**



**SIMULADOR  
DE CARRERAS**



¡Síguenos y gana  
aún más premios!



**EL MERCURIO**  
Acompaña tu educación