28 DE OCTUBRE DE 2010

DOCUMENTO OFICIAL

PSU

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

RESOLUCIÓN PRUEBA MATEMÁTICA • PARTE IV

EN ESTE DOCUMENTO OFICIAL, ENCONTRARÁS 16 PREGUNTAS DE LA PSU 2009 DE MATEMÁTICA. PERTENECEN AL EJE TEMÁTICO DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA, Y SUFICIENCIA DE DATOS.

N°21 SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA OFICIAL DE MATEMÁTICA

PARTE IV

PRESENTACIÓN

En la presente publicación se comentarán las preguntas Nº 55 a la Nº 70 de la Prueba Oficial de Matemática admisión 2010, publicada el 24 de junio donde se dará a conocer al lector cuales fueron las habilidades cognitivas medidas, el grado de dificultad con que resultó cada uno de los ítemes, el porcentaje de omisión y la forma de responderla.

De las 16 preguntas que conforman esta publicación, 9 pertenecen al Eje Temático de Probabilidad y Estadística, y las últimas 7 a la sección de Suficiencia de Datos que corresponden a ítemes que apuntan a los cuatro Ejes Temáticos.

Se puede mencionar que tanto los conceptos de Probabilidad, enseñados en los niveles de segundo y tercero medio, como los de Estadística, enseñados en cuarto medio, están presentes en la vida cotidiana de las personas, por ejemplo, en diarios, revistas y otros medios de comunicación, considerándose de gran relevancia que los estudiantes dominen los contenidos referidos a este Eje Temático para poder, entre otras cosas, comprender y opinar respecto a gráficos y estimaciones de los diversos índices, referidos a ámbitos tan variados como el de la salud, el financiero, el educativo, etc.

En cuanto a las preguntas referidas a la Evaluación de Suficiencia de Datos, es importante recordar a los estudiantes que previo a responderlas, lean atentamente las instrucciones que aparecen en el folleto antes de la pregunta Nº 64.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PREGUNTA 55

¿En cuál(es) de las siguientes afirmaciones, la probabilidad de ocurrencia del suceso mencionado, es **siempre** igual a la probabilidad de no ocurrencia del mismo suceso?

I) Que salga sello en el lanzamiento de una moneda.
II) Que salga un número impar, al lanzar un dado común.
III) Que salga una ficha verde al extraerla al azar, desde una urna que contiene sólo fichas rojas y verdes, todas del mismo tipo.

A) Sólo en I
B) Sólo en III
C) Sólo en I y en II
D) Sólo en I y en III
E) En I, en II y en III

COMENTARIO

Este ítem apunta a la probabilidad como razón entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles, en experimentos equiprobables.

En I), si se lanza una moneda se tienen 2 resultados posibles, cara o sello, y que salga sello, es un resultado favorable, luego la probabilidad de que salga un sello en el lanzamiento de la moneda es $\frac{1}{2}$. La no ocurrencia que salga sello, es que salga cara, que también es $\frac{1}{2}$, por lo que se concluye que I) es siempre verdadera.

Ahora, al lanzar un dado común como se afirma en II), se tienen 6 resultados posibles y como debe salir un número impar se tienen 3 resultados favorables, el 1, el 3 y el 5, luego la probabilidad de obtener un número impar al lanzar el dado es $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. La probabilidad de no obtener un número impar es obtener un número par (2, 4 y 6), que también es $\frac{1}{2}$. De lo que se concluye que II) es siempre verdadera.

La afirmación III) es falsa, porque sólo se informa de la cantidad de colores que tiene una urna, pero no se precisa la cantidad de fichas que hay de cada color en la urna y por lo tanto, no se puede calcular en forma exacta la probabilidad pedida. Ahora, sólo existe un caso en que se cumpliría que la probabilidad de sacar una ficha verde sería igual a no sacar una ficha verde, y es cuando la urna contiene igual cantidad de fichas de color rojo y de color verde.

Por el análisis anterior, la alternativa correcta es C), que fue marcada por un 38% de los postulantes, considerándose un ítem difícil. La omisión fue de un 24%.

El distractor más marcado fue E) con un 27%, los alumnos que optaron por esta opción asumen que III) es verdadera, probablemente trabajan con la cantidad de colores, es decir, dos resultados posibles (rojo y verde), sin considerar la cantidad de fichas de cada color que hay en la urna, y la probabilidad de que salga verde al extraer una ficha al azar, es $\frac{1}{2}$ y de no sacar el color verde también es $\frac{1}{2}$.

PREGUNTA 56

Del triángulo de Pascal de la figura 17 se puede inferir el número total de los posibles resultados que se obtienen al lanzar una moneda hasta seis veces, en forma aleatoria. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) De la fila 1 2 1 se deduce que, si la moneda se lanza dos veces, teóricamente sólo en dos de los posibles resultados se obtiene una cara y un sello.
II) De la fila 1 3 3 1 se deduce que, si la moneda se lanza tres veces, teóricamente sólo se pueden obtener ocho posibles resultados distintos.
III) De la fila 1 6 15 20 15 6 1 se deduce que, si la moneda se lanza seis veces, teóricamente en quince de los resultados posibles se obtiene cuatro caras y dos sellos.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

fig. 17

COMENTARIO

Esta pregunta está asociada al contenido referido a la iteración de experimentos sencillos, en este caso, el lanzamiento de una moneda y su relación con el Triángulo de Pascal.

Para resolver el ítem, el postulante debe recordar y comprender que el Triángulo de Pascal se utiliza como una técnica de conteo en la resolución de este tipo de problemas. Es decir, sintetiza el número de resultados obtenidos en el lanzamiento sucesivo de una moneda, **distinguiendo el orden de aparición de las caras y de los sellos**, en cada lanzamiento.

Es así como, si se lanza una moneda una vez, los resultados posibles de obtener son 1 cara (c) o 1 sello (s), que se representa en la primera fila del Triángulo de Pascal: 1 1

Si se lanza una moneda dos veces, los resultados posibles de obtener son: cc, cs, sc, ss, lo que significa que se tiene 1 resultado en que aparecen dos caras, 2 resultados distintos en que se obtiene una cara y un sello, y 1 resultado en que se obtienen dos sellos. Dicha información se sintetiza en la segunda fila del Triángulo de Pascal: 1 2 1

Ahora, si se lanza una moneda tres veces, los resultados que se pueden obtener son: ccc, scc, csc, ccs, ssc, scs, css, sss. Lo anterior significa que se tiene 1 resultado en que aparecen tres caras, 3 resultados distintos en que se obtiene un sello y dos caras, 3 resultados distintos en que se obtienen dos sellos y una cara, y 1 resultado en que se obtienen tres sellos. Dicha información se sintetiza en la tercera fila del Triángulo de Pascal: 1 3 3 1

Ahora bien, si se analiza la información entregada en la afirmación I) de la pregunta, se concluye que ésta es verdadera, ya que la segunda fila del Triángulo de Pascal índica que sólo en dos de los posibles resultados se obtiene una cara y un sello.

La afirmación II) es verdadera, ya que la fila 1 3 3 1 representa el total de resultados posibles al lanzar una moneda 3 veces, es decir, 8 posibles resultados distintos.

Y por último, la afirmación III) es verdadera, porque en seis lanzamientos de una moneda, existen 15 resultados en que se pueden obtener cuatro caras y dos sellos, representado con el primer 15 o el segundo 15 de la fila 1 6 15 20 15 6 1, según como se ordenen los resultados.

Como I), II) y III) son verdaderas, la opción correcta es E), la que fue marcada sólo por el 10% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando éste difícil y la omisión fue muy alta de un 65%. Estos valores indican que los alumnos desconocen el contenido o no están habituados a este tipo de problemas, en que relacionen conocimientos.

El distractor con mayor preferencia fue C), con un 8,4%, probablemente los que marcaron esta opción pensaron que quince de los resultados representaban a cuatro sellos y dos caras.

PREGUNTA 57

Al lanzar cuatro dados comunes, ¿cuál es la probabilidad de que en todos los dados salga un 4?

A) $\frac{1}{1.296}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{4}{6}$

D) $\frac{4}{1.296}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es el de resolución de problemas sencillos, donde se aplica el producto de probabilidades, que permite determinar la probabilidad de que dos sucesos independientes ocurran simultáneamente.

Para resolver el ítem se debe encontrar la probabilidad de que salga el número 4 al lanzar un dado común, en donde se tienen 6 resultados posibles y un resultado favorable, luego esta probabilidad es $\frac{1}{6}$. Como se busca la probabilidad de obtener el número 4 en el lanzamiento de 4 dados, ésta es $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{1.296}$, de esta manera la clave es la opción A), que fue marcada por el 22% de los postulantes, resultando un ítem difícil. La omisión alcanzó un 29%.

El distractor que tuvo una mayor preferencia fue E) con un 16%, quizás, los alumnos que optaron por esta opción pensaron que el número de resultados posibles es $6\cdot4$, en lugar de 6^4 y luego calculan la probabilidad pedida como $\frac{1}{24}$.

PREGUNTA 58

Se tiene un dado común y dos monedas, una de $ 100 y otra de $ 500. Si se lanza la moneda de $ 100, luego el dado y a continuación, la moneda de $ 500, ¿cuál es la probabilidad de que salgan dos caras y un número menor que 3?

A) $\frac{3}{7}$

B) $\frac{7}{12}$

C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{8}$

E) $\frac{1}{12}$

COMENTARIO

Al igual que el ítem anterior, el contenido involucrado tiene que ver con la multiplicación de probabilidades en la resolución de problemas sencillos.

Para resolver el ítem, se debe tener en cuenta que al lanzar una moneda la probabilidad de que salga cara es $\frac{1}{2}$. Ahora, al lanzar un dado se sabe que son 6 los resultados posibles y que salga un número menor que 3, son 2 los resultados favorables, luego la probabilidad de obtener un número menor que 3 al lanzar un dado está dada por $\frac{2}{6}$.

Por lo anterior, la probabilidad de obtener 2 caras y un número menor que 3 al lanzar dos monedas y un dado es $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{12}$, resultado que se encuentra en la opción E), la cual fue marcada por el 22% de los postulantes, por lo que resultó un ítem difícil y su omisión fue cercana al 50%. Estos resultados indican que los alumnos no están habituados a trabajar con este tipo de preguntas.

El distractor más marcado fue C) con un 10% de preferencia, posiblemente los alumnos que marcaron esta opción pensaron en la probabilidad de que salga un número menor que 3 y de que salga cara al lanzar una moneda, la cual está dada por $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, olvidando que se pedía cara en las dos monedas.

PREGUNTA 59

Una urna contiene cinco fichas rojas y tres negras, todas del mismo tipo. Se extrae al azar una ficha, se anota su color y se devuelve a la urna. Este experimento se repite diez veces. Si la variable aleatoria x asigna la cantidad de fichas rojas obtenidas, entonces los valores que puede tener x son

A) 1, 2, 3, 4 y 5.
B) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.
C) 0, 1, 2, 3, 4 y 5.
D) sólo el 5.
E) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.

COMENTARIO

El contenido al que está referido este ítem es el de variable aleatoria que tiene relación con el estudio y experimentación en casos concretos.

El postulante para encontrar la solución al problema debe analizar los valores que puede tomar la variable aleatoria x al sacar 10 veces una ficha de una urna, con devolución. En este caso, la variable aleatoria x está dada por la cantidad de fichas rojas obtenidas en las 10 extracciones, cuyo valor va desde 0 hasta 10, donde el 0 indica que no se obtuvieron fichas rojas en el total de extracciones y el 10 indica que en las 10 extracciones se sacó una ficha roja. Por el análisis anterior, la clave se encuentra en la opción B), que fue marcada por el 12% de los postulantes, resultando un ítem difícil y su omisión fue de un 61%. Estos valores demuestran un desconocimiento por parte de los alumnos del contenido a utilizar en este problema o sencillamente no se sentían seguros de responder.

El distractor de mayor preferencia fue E), con un 11%, probablemente los postulantes pensaron que la variable aleatoria contemplaba los casos de obtener 1 ficha roja, 2 fichas rojas, hasta 10 fichas rojas y se olvidaron que existía el caso en que no se obtuvieran fichas rojas.

PREGUNTA 60

La información sobre las notas obtenidas por 15 alumnos de un curso está dada en la tabla adjunta. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Dos tercios de los alumnos obtuvieron notas 4 ó 5.
II) 12 alumnos obtuvieron notas inferiores a 6.
III) 9 alumnos obtuvieron notas iguales o superiores a 5.

A) Sólo II
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

Notas	Nº de alumnos
1	0
2	1
3	1
4	4
5	6
6	3
7	0

COMENTARIO

El alumno para resolver el ítem debe interpretar los datos estadísticos entregados en la tabla adjunta para determinar la veracidad o falsedad de las afirmaciones.

Es así como, del enunciado se tiene que son 15 los alumnos del curso, entonces los $\frac{2}{3}$ de 15 alumnos es equivalente a $\frac{2}{3}\cdot 15 = 10$ alumnos. Ahora, de la tabla se tiene que 4 alumnos obtuvieron una nota 4 y 6 alumnos obtuvieron una nota 5, luego, el resultado de sumar ambas cantidades es igual a los dos tercios del curso, por lo tanto I) es verdadera.

Por otro lado, para ver la veracidad de la afirmación II), se debe sumar el número de alumnos que obtuvieron una nota menor a 6, es decir, notas de 1 a 5, esto es $0 + 1 + 1 + 4 + 6 = 12$, por lo que se concluye que II) también es verdadera.

Para determinar la veracidad de la afirmación en III) se procede de la misma manera que en II), pero en este caso se debe sumar la cantidad de alumnos que obtuvo una nota mayor o igual que 5, es decir, los que obtuvieron un 5, un 6 y un 7, teniendo que la suma es $6 + 3 + 0 = 9$, luego se concluye que III) también es verdadera.

Por el análisis anterior, la clave es E) que tuvo un 52% de respuestas correctas, lo que indica que resultó un ítem de dificultad mediana y su omisión alcanzó un 11%, estos porcentajes demuestran que los postulantes están familiarizados con este tipo de preguntas.

El distractor de mayor preferencia fue D) con un 20%, seguramente los alumnos hicieron una mala interpretación de I) calculando los $\frac{2}{3}$ de los alumnos que obtuvieron un 4 y los $\frac{2}{3}$ de los alumnos que obtuvieron un 5, concluyendo que I) es falsa o bien no saben determinar la fracción de un número.

PREGUNTA 61

En la tabla adjunta, se muestran las respuestas a una pregunta de una encuesta aplicada a un curso de 45 estudiantes, en relación a la expresión: "En la asignatura de matemática nos dan más tareas que en las otras asignaturas". El porcentaje de estudiantes que está **de acuerdo** o **totalmente de acuerdo** con dicha expresión es, aproximadamente, el

A) 42,2%
B) 26%
C) 26,7%
D) 57,8%
E) 19%

Respuesta	Frecuencia
Totalmente de acuerdo	7
De acuerdo	12
Indiferente	5
En desacuerdo	16
Totalmente en desacuerdo	5

COMENTARIO

Para dar solución a la pregunta el alumno debe interpretar los datos de la tabla adjunta, además de calcular el porcentaje de una cantidad, contenido que debiese ser enseñado en primero medio.

Para determinar el porcentaje de los alumnos que están de acuerdo o totalmente de acuerdo, se debe calcular la suma de la cantidad de alumnos en cada una de estas respuestas, es así como, hay 12 alumnos que están de acuerdo y 7 alumnos que están totalmente de acuerdo, obteniendo como suma 19 alumnos.

Ahora, para encontrar el porcentaje que corresponde a 19 alumnos de los 45 estudiantes encuestados, se tiene la siguiente proporción, considerando x como el porcentaje pedido:

$\frac{19}{x} = \frac{45}{100\%}$, de donde $x = \frac{19\cdot 100}{45} = 42,\overline{2}\,\%$, que aproximadamente es 42,2%.

Luego, la clave es A), que fue contestada por el 61% de los alumnos que abordaron la pregunta resultando el ítem fácil y su omisión fue del 19%, este porcentaje de omisión es considerado alto para este tipo de problemas.

El distractor más marcado fue E) con un 10%, tal vez los alumnos que lo marcaron si bien encontraron que eran 19 los encuestados que estaban de acuerdo o totalmente de acuerdo con la pregunta de la encuesta, creyeron que éstos representaban el 19% del total.

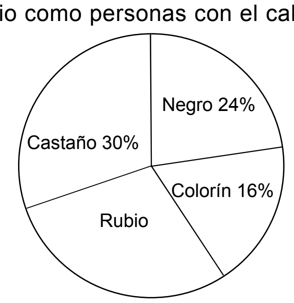
PREGUNTA 62

El gráfico circular de la figura 18 muestra el resultado de una investigación sobre el color del cabello de 1.200 personas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) 360 personas tienen el cabello rubio.
II) Más del 50% de las personas tienen el cabello rubio o negro.
III) Hay tantas personas con el cabello rubio como personas con el cabello castaño.

A) Sólo III
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

fig. 18



COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem apunta a las diversas formas de organizar, presentar y sintetizar un conjunto de datos, en este caso el alumno debe interpretar un gráfico circular y calcular el porcentaje de una cantidad, contenido de primero medio.

El postulante para dar solución a esta pregunta debe encontrar el porcentaje que representa a las personas con el cabello de color rubio, para ello se suman los porcentajes de las personas con el color de cabello castaño, negro y colorín, es decir, 30% + 24% + 16% = 70%. Luego, el porcentaje de las personas que tiene el cabello rubio es 100% – 70% = 30%.

En la afirmación I), se debe verificar que 360 personas tienen el cabello rubio, para ello se calcula el 30% de 1.200, lo que es equivalente a $\frac{30}{100} \cdot 1.200$ obteniendo como resultado 360, luego I) es verdadera.

En II), si se suma el porcentaje de las personas que tienen el cabello de color rubio con el porcentaje de las personas que tienen el cabello de color negro, se tiene que un 54% de las personas tiene el cabello de color rubio o negro, por lo que la afirmación en II) es verdadera.

Para determinar el valor de verdad de III), basta con comparar el porcentaje de personas con el cabello rubio con el porcentaje de las personas con el color de cabello castaño, siendo en este caso el mismo (30%), por lo tanto III) también es verdadera. Por el análisis realizado la clave es E).

El ítem resultó de dificultad mediana, con un 51% de respuestas correctas por parte de quienes lo abordaron y obtuvo una omisión del 12%. El distractor más marcado fue D) con un 16%, seguramente los alumnos que concluyen que la afirmación en I) es falsa, realizan un mal calculo del porcentaje de personas que tienen el cabello rubio.

PREGUNTA 63

¿Cuál es el promedio (o media aritmética) entre los números 0,025, 0,035, 0,045 y 0,055?

A) 0,004
B) 0,08
C) 0,04
D) 0,4
E) 0,8

COMENTARIO

El contenido involucrado en esta pregunta está referido al cálculo de la media aritmética (o promedio) de datos numéricos, que se obtiene a través del cuociente entre la suma de todos los datos y el número total de datos.

Es decir, $\frac{0,025 + 0,035 + 0,045 + 0,055}{4} = \frac{0,16}{4} = 0,04$

Resultado que se encuentra en la opción C) que fue marcada por el 37% de los postulantes que contestaron el ítem y la omisión fue de un 32%, considerada alta para un contenido básico en estadística y que se supone es trabajado constantemente en el aula.

El distractor más llamativo fue D) con un 19% de preferencias, lo más probable es que el alumno que marcó esta opción realiza bien la suma de los valores, pero comete un error en la división de un número decimal por un número entero.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS DE EVALUACIÓN DE SUFICIENCIA DE DATOS

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS Nº 64 A LA Nº 70

Para las siguientes preguntas no se pide que el estudiante dé la solución al problema, sino que decida si los datos proporcionados en el enunciado del problema más los indicados en las afirmaciones (1) y (2) son suficientes para llegar a esa solución.

Los alumnos deben marcar la letra:

A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para responder a la pregunta,
E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

Estas preguntas apuntan a medir especialmente el desarrollo de la Habilidad Cognitiva de Análisis, proceso intelectual de nivel superior.

PREGUNTA 64

Para los números enteros m, n y t, la expresión $\frac{n}{m+t}$ representa siempre un número entero si:

(1) (m + t) es un divisor de n.
(2) m y t son factores de n.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

COMENTARIO

Este ítem está referido a propiedades asociadas a los conceptos de múltiplos, factores y divisibilidad de expresiones algebraicas, contenido enseñado en primero medio. Recordemos que **a** es factor o divisor de **b** si se cumple que b = a·c, con **c** un número entero.

Ahora, en (1) se tiene que (m + t) es un divisor de n, lo que se escribe como n = (m + t)p, con p un número entero. Si se reemplaza n en la expresión del enunciado por la expresión anterior, se tiene:

$\frac{n}{m+t} = \frac{(m+t)p}{(m+t)} = p$, donde p es un número entero, luego (1) por sí sola, es suficiente para determinar que $\frac{n}{m+t}$ es siempre un número entero, sabiendo que (m + t) es un divisor de n.

En (2), se afirma que m y t son factores de n, luego se escribe n = mp y n = tq, con p y q números enteros, donde $m = \frac{n}{p}$ y $t = \frac{n}{q}$, si se reemplazan estas expresiones en $\frac{n}{m+t}$, se obtiene $\frac{n}{\frac{n}{p}+\frac{n}{q}} = \frac{n}{\frac{nq+np}{pq}} = \frac{n}{\frac{n(q+p)}{pq}} = \frac{pq}{q+p}$, de la cual no se puede inferir que (q + p) sea divisor de pq, por lo que no se puede determinar si $\frac{n}{m+t}$ representa un número entero. Luego (2) por sí sola, no es información suficiente.

Por el análisis anterior la clave es la opción A), que fue marcada por casi un cuarto de los postulantes que abordaron la pregunta resultando difícil y su omisión fue de un 51%. Estos resultados indican que los alumnos no están habituados a realizar este tipo de análisis.

El distractor de mayor preferencia fue D) con un 14% de las preferencias, los que marcaron esta opción seguramente pensaron que como m y t son factores de n, la suma de ellos también es un factor de n y por lo tanto, esta suma puede dividir a n de manera exacta.

PREGUNTA 65

Se tienen naranjas, tomates y papas que en conjunto pesan 3 kg. Se puede determinar el peso de las papas si se sabe que:

(1) Las naranjas y las papas, juntas pesan 2 kg.
(2) Los tomates y las papas, en conjunto pesan 1,750 kg.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

COMENTARIO

El contenido involucrado en esta pregunta se relaciona con la resolución de problemas a través de ecuaciones de primer grado, de primer año medio. El alumno debe con los datos del enunciado y los entregados por cada una de las afirmaciones analizar si se puede determinar el peso de las papas.

Si se designa por N, T y P los kilos de naranjas, de tomates y de papas, respectivamente, se tiene del enunciado que N + T + P = 3 kg.

Ahora, en (1) se afirma que N + P = 2 kg y como se debe determinar si se puede conocer el peso de las papas, se escribe N en función de P, teniendo la igualdad N = 2 – P. Si se reemplaza N en la ecuación del enunciado se tiene 2 – P + T + P = 3, de donde se determina el peso de los tomates pero no el de las papas.

En (2) se tiene que T + P = 1,750 kg, si se escribe T en función de P se obtiene T = 1,750 – P, ahora si se reemplaza T en la igualdad dada en el enunciado se tiene N + 1,750 – P + P = 3, la cual permite encontrar el valor de N pero no el peso de las papas.

Por el análisis anterior tanto (1) por sí sola, como (2) por sí sola no permiten determinar el peso de las papas, por lo que se analizará si juntas permiten determinar el peso de las papas.

De (1) se concluye que T = 1 kg y de (2) se concluye que N = 1,25 kg, reemplazando ambos valores en la igualdad N + T + P = 3 kg, se determina el valor del peso de las papas.

Por lo tanto, la alternativa correcta es C), la que fue marcada por el 43% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando un ítem de dificultad mediana y la omisión fue de un 17%. Llama la atención estos valores, ya que se supone que es un ítem recurrente en la sala de clases.

El distractor más marcado fue D) con un 15%, probablemente los postulantes asumieron que en la igualdad N + P = 2, dada en (1), tanto N como P eran iguales a 1 kg, y en la igualdad T + P = 1,750, razonan de la misma manera, lo que los lleva a marcar este distractor.

PREGUNTA 66

Un padre le dice a su hijo: “El dinero que tú tienes es el 20% del dinero que tengo yo”. Se puede determinar el dinero que tiene cada uno de ellos si se sabe que:

(1) Entre ambos tienen $ 36.000.
(2) El padre tiene $ 24.000 más que el hijo.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

COMENTARIO

El ítem está referido a la resolución de problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, tratado en segundo medio. El alumno debe traducir el enunciado a una expresión matemática y con los datos entregados en las afirmaciones analizar si es posible determinar el dinero que tiene un padre y su hijo.

Es así como, si se designa por H el dinero que tiene el hijo y por P el dinero que tiene el padre, del enunciado se tiene que $H = \frac{20}{100}P$, que es equivalente con $H = \frac{1}{5}P$, de donde 5H = P, es decir, 5H – P = 0.

Ahora, en (1) se afirma que entre ambos tienen $ 36.000, lo que se escribe como H + P = 36.000, esta ecuación más la obtenida en el enunciado permite establecer el sistema $\left.\begin{array}{l}5H - P = 0\\ H + P = 36.000\end{array}\right|$

Con el que se puede determinar el dinero que tiene el padre y su hijo.

De (2) se tiene que el padre tiene $ 24.000 más que el hijo, lo que se traduce a la ecuación P = H + 24.000, que es equivalente a escribir P – H = 24.000. Con esta ecuación junto a la obtenida del enunciado se escribe el sistema

$$\begin{array}{l|} 5H - P = 0 \\ P - H = 24.000 \\ \hline \end{array}$$

El cual permite encontrar el dinero que tiene el padre y su hijo.

Por el análisis anterior, se concluye que la clave es D), ya que cada una por sí sola permite determinar el dinero que tiene el padre y su hijo.

Estadísticamente este ítem resultó difícil, lo contestó correctamente sólo un tercio de los alumnos que lo abordaron y su omisión fue de un 21%.

El distractor más marcado fue C) con un 17%, probablemente los postulantes no expresan el dato del enunciado como ecuación y trabajan con las ecuaciones de (1) y de (2) formando un sistema con ellas.

PREGUNTA 67

Es posible afirmar que dos potencias de bases positivas y exponentes enteros son siempre **diferentes** entre sí, al cumplirse que:

(1) Las bases son **diferentes**.
(2) Los exponentes son **diferentes**.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

COMENTARIO

Para resolver el ítem el alumno debe analizar cuando dos potencias de base positiva y exponente entero son siempre diferentes, dicho contenido es tratado en primero medio.

Es así como, de (1) se sabe que las potencias tienen bases diferentes, pero nada se indica con respecto a los exponentes, por lo tanto, se puede tener la potencia 2^4 y 4^2, las cuales tienen las bases diferentes y los resultados iguales, por lo que la afirmación dada en (1) no es suficiente para determinar si dos potencias son siempre diferentes.

En (2), se afirma que las potencias tienen los exponentes diferentes, pero se pueden tener potencias de base igual a 1 y no importa el exponente porque siempre el resultado será 1, luego (2) por sí sola no resuelve el problema.

Si se juntan la información de (1) y de (2), donde se afirma que tanto las bases como los exponentes de las potencias son diferentes, no asegura que las potencias son siempre diferentes porque se puede dar por ejemplo: 4^3 y 2^6.

Por el análisis realizado, se concluye que la clave es E), es decir, se requiere información adicional. La pregunta resultó muy difícil alcanzando sólo a un 9% de respuestas correctas y la omisión fue de un 37%.

El distractor más llamativo fue D), con un 24% de preferencias por quienes abordaron el ítem, seguramente los postulantes se dieron casos particulares en los cuales se cumplían las afirmaciones dadas en (1) y en (2).

PREGUNTA 68

En la figura 19, el triángulo ABC es rectángulo en C. Es posible determinar la medida del segmento AC si:

(1) El pie de la perpendicular $\overline{CD}$ está a 16 m de B.
(2) El pie de la perpendicular $\overline{CD}$ está a 6 m de A.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

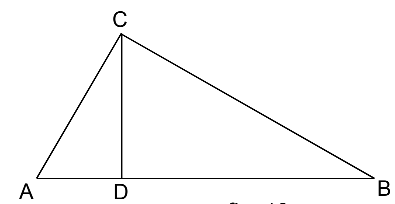


fig. 19

COMENTARIO

El contenido de este ítem está referido al teorema de Euclides relativo a la proporcionalidad en el triángulo rectángulo, contenido de tercer año medio. El alumno debe analizar la información dada en las afirmaciones para determinar cuál de las proporciones se deben aplicar en el triángulo rectángulo para encontrar la medida del segmento AC.

Es así como, de (1) se tiene que el segmento DB mide 16 m, pero sólo con este dato no se puede determinar la medida de $\overline{AC}$, por lo que esta afirmación por sí sola no es suficiente.

Con el dato dado en (2), tampoco se puede encontrar la medida de $\overline{AC}$, pues sólo se conoce la medida del segmento AD. Luego (2) por sí sola no es suficiente para determinar la solución al problema.

Ahora bien, si se consideran juntos los datos de (1) y de (2) se puede calcular la medida de la altura $\overline{CD}$ a través del teorema de Euclides relativo a la altura, esto es, $CD^2 = AD \cdot DB$, para luego aplicar el teorema de Pitágoras en el triángulo ADC y así encontrar la medida del trazo AC, o bien, se puede aplicar el teorema de Euclides relativo a la proyección de un cateto sobre la hipotenusa, esto es, $AC^2 = AD \cdot AB$.

Por el análisis anterior, la clave es C) la que fue marcada por un tercio de la población que abordó la pregunta, resultando un ítem difícil y su omisión fue de un 45%.

El distractor más elegido fue E) con un 10%, tal vez los postulantes no conocen el teorema de Euclides que les permitía resolver el problema.

PREGUNTA 69

En la figura 20, CE y DB son dos rectas que se intersectan perpendicularmente. Se puede determinar que Δ ABC ~ Δ ADE si se sabe que:

(1) $\overline{CB}$ // $\overline{DE}$
(2) $\sphericalangle$ DEA = 75°

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

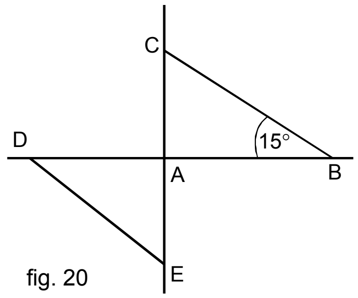


fig. 20

COMENTARIO

Esta pregunta apunta al contenido de segundo año de Enseñanza Media referido a la semejanza de triángulos, aquí el alumno debe aplicar los criterios de semejanza en triángulos para determinar que Δ ABC ~ Δ ADE.

Del enunciado se tiene que las rectas CE y DE son perpendiculares, entonces $\sphericalangle$ DAE = $\sphericalangle$ BAC = 90°, además en (1) se tiene que $\overline{CB}$ // $\overline{DE}$, luego $\sphericalangle$ EDA = $\sphericalangle$ CBA, porque son ángulos alternos internos entre paralelas. Como los triángulos ABC y ADE tienen dos pares de ángulos correspondientes iguales, se aplica el criterio de semejanza AA, determinando que Δ ABC ~ Δ ADE y por lo tanto, (1) por sí sola, permite resolver el problema.

En (2), se afirma que $\sphericalangle$ DEA = 75° y del enunciado se sabe que $\sphericalangle$ DAE = 90°, entonces se aplica la propiedad de que los ángulos interiores de un triángulo suman 180º, en este caso, $\sphericalangle$ DEA + $\sphericalangle$ EAD + $\sphericalangle$ ADE = 180°, luego reemplazando los valores se tiene 75° + 90° + $\sphericalangle$ ADE = 180º, de donde $\sphericalangle$ ADE = 15°.

Además, de la figura se tiene que en el triángulo ABC el $\sphericalangle$ ABC = 15° y del enunciado se tiene que $\sphericalangle$ BAC = 90°, luego por el criterio AA, los triángulos ABC y ADE son semejantes al tener dos pares de ángulos correspondientes iguales. Por lo tanto, (2) por sí sola, permite dar solución al problema. Como con (1) y con (2), por separado, se puede dar respuesta al problema, la clave es D).

Estadísticamente este ítem resultó difícil, ya que fue contestado correctamente por el 28% de los postulantes y su omisión fue de un 35%.

La opción A) fue el distractor más llamativo, con un 16% de preferencias, probablemente no consideran que CE y DB son rectas perpendiculares.

PREGUNTA 70

Se tiene una caja con fichas del mismo tipo. Al extraer al azar una ficha de la caja, se puede determinar la probabilidad de que ésta sea roja, si se conoce:

(1) La cantidad total de fichas que hay en la caja.
(2) La cantidad de colores de fichas que hay en la caja.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

COMENTARIO

El contenido de esta pregunta apunta a la probabilidad como la razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles en experimentos equiprobables, tópico de segundo año medio.

Luego, para determinar la probabilidad pedida se debe conocer el número de fichas que hay en la caja y cuántas de éstas son rojas.

En (1), el sólo hecho de saber la cantidad total de fichas que hay en la caja no es suficiente información para resolver el problema, porque no se sabe cuántas fichas de color rojo hay.

En (2), la cantidad de colores de fichas que hay en una caja no tiene necesariamente relación con la cantidad de fichas que hay en una caja ni con la cantidad de fichas rojas que hay, por lo mismo, esta información es insuficiente para dar solución al problema.

Ahora, si se juntan las afirmaciones de (1) y de (2), tampoco se puede determinar la probabilidad pedida, esto es, aunque se sepa la cantidad de colores que tienen las fichas y la cantidad total de fichas que hay en la caja, esto no permite determinar el número exacto de fichas de color rojo.

Luego, la alternativa correcta es E) que fue escogida por el 24% de los postulantes, considerada una pregunta difícil. Su omisión fue de un 5%.

El distractor más marcado fue C) con un 48% de las preferencias, quizás los que lo marcaron piensan en la razón que hay entre la cantidad de colores y el total de fichas de la caja.

psu@ EL MERCURIO
TE PONE EN CARRERA
Y TE LLEVA CAMINO A LA UNIVERSIDAD
Apúrate!,
todavía tienes tiempo
Inscríbete en:
www.psu.elmercurio.com
y gana el primer año de carrera gratis.
Además, si estás inscrito
recibes tus resultados de
la PSU por SMS o EMAIL.
1ER AÑO DE CARRERA GRATIS (*)
EL MERCURIO


PREPÁRATE
PARA UNA NUEVA
FORMA
DE BESAR
MENTITAS
Ambrosoli
Full
Ambrosoli
masticrunch
AHORA
MASTICABLES
Ambrosoli
La vida es dulce