PROCESO DE ADMISIÓN 2011 | EL MERCURIO

26 DE AGOSTO DE 2010

DOCUMENTO OFICIAL

PSU

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

RESOLUCIÓN PRUEBA MATEMÁTICA • Parte II

EN ESTA SEGUNDA PARTE, SE PUEDEN ENCONTRAR LOS COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS 19 A LA 35, QUE CORRESPONDEN A LOS CONTENIDOS DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES Y A LAS HABILIDADES COGNITIVAS DE RECONOCIMIENTO, COMPRENSIÓN, APLICACIÓN Y ANÁLISIS, SÍNTESIS Y EVALUACIÓN.

N°13 SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA OFICIAL DE MATEMÁTICA

PARTE II

PRESENTACIÓN

Continuando con la difusión de la Prueba Oficial de Matemática publicada el 24 de junio de este año, en esta ocasión se comentarán las preguntas N° 19 a la N° 35. Estos ítemes apuntan a los contenidos del Eje Temático de Álgebra y Funciones y a las Habilidades Cognitivas de Reconocimiento, Comprensión, Aplicación y Análisis, Síntesis y Evaluación. Cabe mencionar que los ítemes de Álgebra de esta publicación corresponden a los contenidos de los niveles de segundo y tercer año medio y los de Funciones de segundo a cuarto medio.

En cada uno de los ítemes se detalla el contenido involucrado, en algunos casos los contenidos previos que se requieren, junto con las operaciones a realizar. Además, se señala el grado de dificultad con la que resultó el ítem, su porcentaje de omisión y los errores más frecuentes que llevan al postulante a marcar algunos de los distractores.

Es importante resaltar que los contenidos de Álgebra y de Funciones son fundamentales para resolver problemas tanto en Matemática como en lo referido a otras disciplinas, es por lo que los conceptos y algoritmos matemáticos facilitan la resolución de una gran cantidad de problemas que se presentan en la vida diaria.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

PREGUNTA 19

Si $t \neq 1$, entonces la expresión $\dfrac{t^2}{t-1} - \dfrac{1}{t-1}$ es igual a

A) $t^2 - 1$
B) $t - 1$
C) t
D) $\dfrac{t^2-1}{2t-2}$
E) $t + 1$

COMENTARIO

Esta pregunta se refiere al contenido de operatoria con fracciones algebraicas, en donde el alumno debe realizar una resta de fracciones con igual denominador, luego factorizar un binomio como una suma por su diferencia, terminando con una simplificación de la fracción algebraica resultante. Es así como, se tiene

$\dfrac{t^2}{t-1} - \dfrac{1}{t-1} = \dfrac{t^2-1}{t-1} = \dfrac{(t+1)(t-1)}{t-1} = t + 1$, por lo que la alternativa correcta es E).

Sorprende que este ítem haya resultado difícil, ya que es un tipo de operatoria recurrente en el trabajo de aula, fue contestado correctamente por el 24% de los estudiantes que la abordaron y la omisión fue alta alcanzando el 38%.

El distractor más marcado fue D) con un 13%, quienes se inclinaron por él, lo más probable es que sumaron los denominadores y restaron los numeradores.

PREGUNTA 20

Dada la fracción $\dfrac{m+t}{m \cdot t}$, con $m > 0$ y $t > 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Si a **m** y a **t** se le agrega 1, entonces la fracción aumenta en 2.
II) Si el numerador de la fracción se duplica y su denominador se divide por 2, entonces la fracción queda igual.
III) Si el denominador de la fracción se divide por 3, entonces la fracción se triplica.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

COMENTARIO

Esta es una pregunta del tipo combinada y está referida al contenido de resolución de desafíos y problemas no rutinarios. Para llegar a la solución el alumno debe analizar los datos entregados en el enunciado junto con las afirmaciones y así llegar a la veracidad o falsedad de éstas.

En I) se tiene que a **m** y a **t** se le suma 1, entonces la fracción dada queda:

$\dfrac{(m+1)+(t+1)}{(m+1)(t+1)} = \dfrac{m+t+2}{mt+m+t+1}$, fracción que es distinta al resultado de la fracción dada en el enunciado $\dfrac{m+t}{m \cdot t}$ aumentada en 2, es decir, $\dfrac{m+t}{m \cdot t} + 2 = \dfrac{m+t+2m \cdot t}{m \cdot t}$ por lo que I) es falsa.

En II), al duplicar el numerador y dividir por 2 el denominador de la fracción, resulta $\dfrac{2(m+t)}{\frac{m \cdot t}{2}} = \dfrac{4(m+t)}{m \cdot t}$, por lo que la fracción resultante es cuatro veces la fracción dada, de esta manera la afirmación II) también es falsa.

En III), si el denominador de la fracción dada se divide por 3, resulta

$\dfrac{(m+t)}{\frac{m \cdot t}{3}} = \dfrac{3(m+t)}{m \cdot t}$, que es el triple de la fracción original, por lo tanto III) es verdadera.

Por el análisis anterior, la alternativa correcta es C).

Este ítem resultó difícil, ya que fue contestado en forma correcta por el 19% de los postulantes que lo abordaron. La omisión resultó alta llegando al 57%, lo que indica que los alumnos no están acostumbrados a realizar este tipo de desafíos.

Al analizar los distractores, se observa que los postulantes que optaron por alguno de ellos, se distribuyeron en forma homogénea, donde el error radica probablemente en no saber operar con fracciones o no saber interpretar las afirmaciones.

PREGUNTA 21

Si $a + 15 = b$, entonces se puede afirmar que

A) la suma de a y b es 15.
B) a es mayor que b.
C) a es 15 veces b.
D) a es menor que b.
E) la diferencia entre a y b, en ese orden, es 15.

COMENTARIO

Para llegar a la respuesta correcta el alumno debe interpretar la relación que existe entre dos variables, en este caso a y b.

En efecto, el postulante al interpretar la relación $a + 15 = b$ del enunciado, concluye que la variable **b** es igual a la variable **a** aumentada en 15 unidades, en otras palabras, **b** es 15 unidades mayor que **a**, por lo tanto **a** es menor que **b**. De esta manera la opción correcta es D), que fue marcada por la mitad de los postulantes que abordaron el ítem, considerado éste como mediano y su omisión alcanzó el 19%.

El distractor con la mayor preferencia fue E) con un 18%, quienes lo marcaron, probablemente, hicieron una mala operación en la igualdad, $a + 15 = b$, lo escriben como $a = b + 15$ y luego, $a - b = 15$.

PREGUNTA 22

$\sqrt[3]{a^{6n-6}} =$

A) a^{2n-6}
B) a^{2n-2}
C) $a^{\frac{1}{2n-2}}$
D) $a^{\frac{1}{2n-6}}$
E) a^{6n-2}

COMENTARIO

El contenido que el alumno debe aplicar es la definición de raíz cúbica como potencia, es decir, $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$, además debe aplicar la propiedad de potencia de una potencia, factorización y simplificación de fracciones algebraicas.

En efecto, $\sqrt[3]{a^{6n-6}} = \left(a^{6n-6}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{6n-6}{3}} = a^{\frac{6(n-1)}{3}} = a^{2(n-1)} = a^{2n-2}$

Así, la opción correcta es B), contestada por el 35% de los postulantes que abordaron el ítem, resultando éste difícil. Llama la atención su alta omisión, la que alcanzó al 53%, lo que demuestra que es un ítem poco trabajado en clases.

Uno de los distractores más marcados fue C), con un 3%, el error que probablemente se cometió fue una mala aplicación del concepto de raíz cúbica como potencia, obteniendo $\sqrt[3]{a^{6n-6}} = a^{\frac{3}{6n-6}} = a^{\frac{3}{6(n-1)}} = a^{\frac{1}{2n-2}}$.

PREGUNTA 23

Si $3 \geq a \geq 0$ y $-3 \leq b \leq 0$, ¿qué valor(es) puede tomar $(a + b)$?

A) Los valores entre –3 y 3, ambos incluidos.
B) Sólo los valores entre –3 y 0, ambos incluidos.
C) Sólo los valores entre 0 y 3, ambos incluidos.
D) Sólo el 0.
E) Ninguno de los anteriores.

COMENTARIO

En esta pregunta se deben interpretar las desigualdades señaladas en el enunciado, para establecer todos los posibles valores que puede tomar $(a + b)$.

En efecto, el alumno para determinar el mínimo valor que puede tomar $(a + b)$ debe comprender que como el mínimo valor que puede tomar a es 0 y el mínimo valor que puede tomar b es –3, la suma de ambos a lo menos tomaría el valor –3. De la misma manera, como el máximo valor que puede tomar a es 3 y b es 0, se deduce que el máximo valor que puede tomar la suma de ambos es 3.

Así la respuesta correcta está en la opción A), la que fue marcada por el 34% de los postulantes que la abordaron, resultando un ítem difícil y la omisión fue alta alcanzando el 45%, demostrando que los postulantes no están habituados a este tipo de ítemes.

Uno de los distractores más marcado por los alumnos fue D), con un 6%, probablemente ellos suman los extremos de ambas desigualdades dándoles 0, sin advertir el sentido que ellas tienen.

PREGUNTA 24

Para todo $m > 0$ la expresión $\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m}$ es igual a

A) m
B) $\sqrt[8]{m^7}$
C) $\sqrt{m^5}$
D) $\sqrt[5]{m^7}$
E) $\sqrt[6]{m^7}$

COMENTARIO

En este ítem el postulante debe aplicar la definición de una raíz cúbica como potencia, las propiedades de la multiplicación de raíces de igual índice y la multiplicación de potencias de igual base, ellas son: $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$ y $b^r \cdot b^s = b^{r+s}$, respectivamente.

Así, $\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m} = \sqrt[3]{m^6} \cdot \sqrt{m} = m^{\frac{6}{3}} \cdot m^{\frac{1}{2}} = m^{2+\frac{1}{2}} = m^{\frac{5}{2}} = \sqrt{m^5}$

Dicha expresión se encuentra en la opción C), la que fue elegida por el 17% de los postulantes que abordaron el ítem. De acuerdo a este porcentaje el ítem resultó difícil y la omisión alcanzó el 46%.

El distractor E) fue el más marcado con el 16% de preferencias por quienes abordaron el ítem, el error que cometen probablemente es que suman los exponentes de las cantidades subradicales y suman el índice de las raíces, considerando el índice de $\sqrt{m}$ como 0, es decir,

$\sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt{m} = \sqrt[(3+3+0)]{m^{(4+2+1)}} = \sqrt[6]{m^7}$.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE FUNCIONES

PREGUNTA 25

Una empresa paga a sus vendedores un sueldo base mensual de \$ 180.000 más \$ 5.000 por artículo vendido. Si un vendedor vende x artículos en un mes, ¿cuál de las siguientes funciones representa el sueldo S(x), que le paga la empresa, en pesos?

A) $S(x) = 180.000x + 5.000$
B) $S(x) = 5.000x + 180.000$
C) $S(x) = 185.000x$
D) $S(x) = 185.000 + x$
E) $S(x) = 5.000 \cdot x \cdot 180.000$

COMENTARIO

Este ítem apunta al contenido de situaciones y fenómenos que se pueden modelar utilizando la función lineal o afín. Su resolución requiere del postulante la capacidad de comprender la información dada en el enunciado para encontrar la función S(x) que representa el sueldo que paga la empresa.

Del enunciado se tiene que el sueldo base mensual es \$ 180.000; la comisión por artículo vendido es \$ 5.000 y que los artículos vendidos son x, luego lo que gana por los artículos vendidos es 5.000x. Entonces, la función S(x) que representa la situación planteada es equivalente a lo que gana como base más lo ganado por los artículos vendidos, esto es, $S(x) = 5.000x + 180.000$

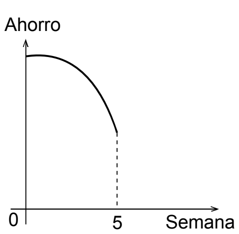
Dicha expresión se encuentra en la opción B), la que fue contestada correctamente por el 72% de las personas que abordaron la pregunta, resultando un ítem fácil y la omisión fue del 9%. Estos datos muestran que es un tipo de problema tratado al interior del aula.

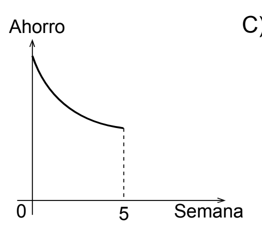
El distractor más marcado por los postulantes fue D) con un 7%, quienes se inclinaron por él, probablemente sumaron el sueldo base con la comisión obteniendo \$ 185.000 y a este resultado le agregaron los x artículos vendidos en el mes.

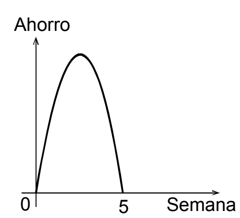
PREGUNTA 26

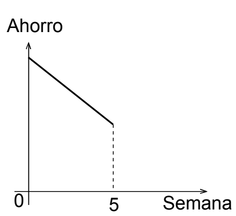
La tabla adjunta muestra los ahorros que posee Alicia, después de gastar semanalmente la misma cantidad de dinero. ¿Cuál gráfico representa mejor esta situación?

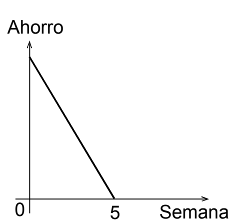
Semana	0	1	2	3	4	5
Ahorros en \$	20.000	18.000	16.000	14.000	12.000	10.000

A)


B)


C)


D)


E)


COMENTARIO

Este ítem se refiere a situaciones y fenómenos que se pueden modelar utilizando la función afín.

Para responder este ítem, el alumno debe interpretar que los ahorros de Alicia van disminuyendo en forma constante cada semana en \$ 2.000. Por lo tanto, la gráfica que representa mejor la situación planteada debe ser una línea recta y no una curva, de esta manera se descartan las opciones A, B y C.

Ahora, como en la quinta semana Alicia tiene \$ 10.000 y no \$ 0, la mejor gráfica que representa la situación planteada es la que se encuentra en D), la que fue contestada por el 59% de los alumnos, resultando un ítem mediano y la omisión alcanzó el 13%.

El distractor B) fue marcado por el 10% de los postulantes, el error probablemente estuvo en considerar que la disminución de los ahorros fue en forma exponencial y no lineal.

PREGUNTA 27

Dado el sistema $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ 3x - 2y = \ \ 1 \end{array}\right|$, el valor de $\frac{x-y}{y}$ es igual a

A) $-\frac{1}{4}$
B) $-\frac{10}{13}$
C) 3
D) $-\frac{8}{5}$
E) $\frac{1}{4}$

COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con la resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Para su solución el postulante debe aplicar algún método que le permita determinar los valores de x e y, para luego calcular el valor de la expresión $\frac{x-y}{y}$.

En efecto, si al sistema $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ 3x - 2y = \ \ 1 \end{array}\right|$ se le aplica el método de reducción, se deben sumar las ecuaciones obteniéndose que $6x = 18$, por lo que $x = 3$. Reemplazando este valor en $3x + 2y = 17$, se tiene que $9 + 2y = 17$, llegando a que $y = 4$.

Ahora, reemplazando $x = 3$ e $y = 4$ en $\frac{x-y}{y}$, se tiene $\frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4}$. Dicho valor se encuentra en la opción A).

Esta pregunta resultó difícil, ya que la contestó correctamente el 38% de quienes la abordaron y la omisión fue alta, alcanzando el 53%. Lo anterior llama la atención, pues el sistema a resolver es muy rutinario y la valoración de la expresión es sencilla.

El distractor más marcado fue E) con un 4%, probablemente los alumnos determinaron bien los valores de x e y, pero al reemplazar estos valores en la expresión dada, no se fijaron en el signo del resultado.

PREGUNTA 28

En la recta de la figura 3, el valor de **p** es

A) 4
B) $\frac{15}{4}$
C) 7
D) 5
E) $\frac{12}{5}$

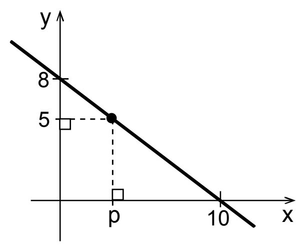


fig. 3

COMENTARIO

El alumno para encontrar la respuesta a la pregunta debe saber calcular la pendiente de una recta que pasa por dos puntos, es decir, debe recordar que la pendiente de una recta dados los puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Además, el alumno debe recordar que no importa qué puntos se tomen de una recta, la pendiente siempre toma el mismo valor. Es así como, de la gráfica se deduce que la recta pasa por los puntos (0, 8) y (10, 0), luego se tiene que la pendiente de la recta es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 8}{10 - 0} = -\frac{4}{5}$.

Ahora, si se toman los puntos (0, 8) y (p, 5) se tiene que $m = -\frac{4}{5} = \frac{5 - 8}{p - 0}$, de donde $-4p = -15$, así $p = \frac{15}{4}$, valor que se encuentra en la opción B).

Esta pregunta resultó muy difícil, ya que el 12% de quienes la abordaron contestaron correctamente y su omisión fue alta alcanzando el 52%.

El distractor D) fue el más marcado con un 20%, probablemente los alumnos pensaron que p es el punto medio entre el origen y el 10, llegando a p = 5.

PREGUNTA 29

Si $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x+2|$, entonces para $1 \le x < 2$ la función f(x) es igual a

A) $3x - 1$
B) $3x + 5$
C) $x + 3$
D) $x + 1$
E) $x - 1$

COMENTARIO

El alumno para resolver este ítem debe recordar el concepto de valor absoluto cuya definición es

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

A continuación, el alumno debe analizar cada uno de los términos que componen la función f(x), es decir, debe analizar lo que sucede con cada valor absoluto en el intervalo $[1, 2[$.

En efecto, en $|x-1|$ se tiene que para cualquier valor de x en el intervalo $[1, 2[$ la expresión $(x - 1)$ es mayor o igual que cero, por lo tanto $|x-1| = x - 1$.

Ahora, para $|x-2|$ se tiene que la expresión $(x - 2)$ siempre toma valores negativos en el intervalo en que está definida x, así $|x-2| = -(x - 2)$.

De la misma manera, para $|x+2|$ se tiene que la expresión $(x + 2)$ siempre es positiva en el intervalo dado, de tal manera que $|x+2| = x + 2$.

Por el análisis anterior, se deduce que
$f(x) = |x-1| + |x-2| + |x+2| = x - 1 - (x - 2) + x + 2 = x + 3$.

Luego, la opción correcta es C) que fue contestada por el 12% de los postulantes que abordaron el ítem resultando éste difícil. Su alta omisión del 55% indica que los alumnos no trabajan regularmente con este tipo preguntas, en donde no se pide calcular el valor absoluto de un número, sino que analizar el comportamiento de una función valor absoluto definida en un intervalo.

El distractor que tuvo un mayor porcentaje de adherentes fue A) con un 15% y corresponde a los alumnos que probablemente utilizan las barras que indican valor absoluto como paréntesis llegando a $f(x) = 3x - 1$.

PREGUNTA 30

Si $f(x) = x^2 - 3x - 4$ y $g(x) = x - 4$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(0) \cdot g(0) = 0$
II) $f(x) = g(x) \cdot (x + 1)$
III) $g(3) + f(1) = -7$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

COMENTARIO

En esta pregunta el postulante debe valorar una función cuadrática y una afín, luego con los resultados obtenidos, realizar algunas operaciones de multiplicación y adición que les permitan verificar la veracidad de las igualdades que aparecen en I), en II) y en III).

Es así como, en I) se tiene que $f(0) = 0^2 - 3{\cdot}0 - 4 = -4$ y $g(0) = 0 - 4 = -4$, por lo que $f(0) \cdot g(0) = (-4){\cdot}(-4) = 16$, así la afirmación dada en I) es falsa.

En II), se tiene que $g(x){\cdot}(x + 1) = (x - 4){\cdot}(x + 1) = x^2 - 3x - 4 = f(x)$, por lo que la afirmación II) es verdadera.

En III), como $f(1) = 1^2 - 3{\cdot}1 - 4 = -6$ y $g(3) = 3 - 4 = -1$, se tiene que $g(3) + f(1) = -1 + -6 = -7$, luego III) es verdadera.

De esta manera la alternativa correcta es D), la que fue marcada por el 30% de los alumnos que la abordaron, mostrando así que la pregunta fue difícil.

Llama la atención la alta omisión de la pregunta, la cual fue del 53%, considerando que lo pedido en ella debería ser un tipo de operatoria común en el trabajo del aula.

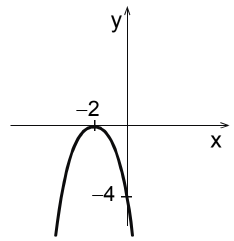
Quienes se equivocaron, se distribuyeron en forma similar entre los distractores, estos postulantes cometieron diversos errores en las operaciones pedidas.

PREGUNTA 31

¿Cuál de las siguientes funciones representa mejor a la parábola de la figura 4?

A) $f(x) = -(-x-2)^2$
B) $g(x) = -x^2 - 4$
C) $h(x) = (-x-2)^2$
D) $m(x) = -(2-x)^2$
E) $n(x) = (-x+2)^2$

fig. 4



COMENTARIO

En este ítem referido a una función cuadrática, el postulante debe identificar cuál de las funciones dadas en las opciones representa mejor a la gráfica de la figura dada.

Como de la parábola de la figura se desprende que tiene concavidad hacia abajo y su vértice es (–2, 0), entonces se analizará la concavidad y las coordenadas del vértice de cada función dada en las opciones y así determinar cuál de ellas representa mejor a la parábola de la figura.

Lo primero es desarrollar cada función y expresarla de la forma $r(x) = ax^2 + bx + c$, en donde el signo de **a** indica la concavidad de la parábola, es decir, si $a > 0$ la concavidad es hacia arriba y si $a < 0$ la concavidad es hacia abajo. Además, se debe recordar que las coordenadas del vértice están dadas por $\left(\frac{-b}{2a}, r\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$.

Entonces, $f(x) = -(x^2 + 4x + 4) = -x^2 - 4x - 4$
$g(x) = -x^2 - 4$
$h(x) = x^2 + 4x + 4$
$m(x) = -(4 - 4x + x^2) = -x^2 + 4x - 4$
$n(x) = x^2 - 4x + 4$

Ahora, en las opciones C) y E) el valor de **a** es positivo, por lo tanto representan a parábolas con concavidad hacia arriba, por lo que no son la clave.

A continuación, se determinaran las coordenadas del vértice de cada una de las tres funciones restantes. Es así como se tiene que en:

$f(x)$, $\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(-1)} = \frac{4}{-2} = -2$ y $f(-2) = -4 + 8 - 4 = 0$, luego el vértice es (–2, 0).

$g(x)$, $\frac{-b}{2a} = \frac{0}{2(-1)} = 0$ y $g(0) = 0 - 4 = -4$, luego el vértice es (0, –4).

$m(x)$, $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$ y $m(2) = -2 + 8 - 4 = 0$, luego el vértice es (2, 0).

Por el análisis anterior el vértice de la función f coincide con el de la parábola de la figura, por lo que la alternativa correcta es A).

El ítem resultó difícil, porque fue contestado por el 14% de los postulantes que lo abordaron y su omisión fue alta, la que llegó al 57%.

El distractor más marcado por los estudiantes fue B), con un 15% de preferencia, lo más probable es que sólo buscan el punto de intersección con el eje y, pero no comprueban que el vértice en este caso coincide con este punto de intersección y no es el de la parábola de la figura.

PREGUNTA 32

Si $\frac{p}{q} < 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} = |p| + |q|$
II) $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} = p + q$
III) $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} > 0$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

COMENTARIO

En esta pregunta de función raíz cuadrada el postulante debe recordar que $\sqrt{x^2} = |x|$, es decir, $\sqrt{x^2} \geq 0$ para cualquier valor de x. Además, debe deducir de la desigualdad $\frac{p}{q} < 0$ que $p < 0$ ó $q < 0$.

Ahora, por definición se tiene que $\sqrt{p^2} = |p|$ y $\sqrt{q^2} = |q|$, luego I) es verdadera, porque $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} = |p| + |q|$.

La afirmación II), $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} = p + q$, es falsa porque no se cumple que $\sqrt{p^2} = p$ y $\sqrt{q^2} = q$ dado que uno de ellos es un número negativo.

En III), como por definición $\sqrt{p^2} = |p| > 0$ y $\sqrt{q^2} = |q| > 0$, luego $\sqrt{p^2} + \sqrt{q^2} > 0$.

Así, III) es verdadera y la alternativa correcta es D).

Este ítem resultó muy difícil para quienes lo abordaron, contestándolo correctamente sólo el 12% de ellos y la omisión fue alta, llegando al 59%.

El 10% de los alumnos que lo abordaron se inclinó por el distractor B), lo más probable es que en esta igualdad anularon la raíz cuadrada con el exponente de la potencia, desconociendo la definición de $\sqrt{x^2}$.

PREGUNTA 33

Dadas las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $h(x) = 3x^2$. ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

A) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$

B) $g\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$

C) $f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right)$

D) $g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$

E) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) = h\left(\frac{1}{3}\right)$

COMENTARIO

En esta pregunta el estudiante debe evaluar funciones potencias de la forma $f(x) = ax^n$, para distintos valores de a, con n = 2, para luego realizar una comparación entre sus imágenes.

Así, $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{27}$

$h\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$

Como los numeradores de las fracciones resultantes son iguales, se tiene que a mayor denominador el valor de la fracción disminuye, contenido tratado en la Enseñanza Básica, por lo tanto se tiene la siguiente relación $g\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$.

Por lo que la alternativa correcta es B).

Este ítem resultó difícil, pues lo contestó bien el 31% de quienes lo abordaron y la omisión fue alta alcanzando el 54%, lo que podría indicar que los estudiantes no están habituados a trabajar con este tipo de preguntas.

Quienes contestaron equivocadamente, se repartieron en forma similar entre los distractores, probablemente los errores que pudieron haber cometido están referidos a la operatoria al momento de valorar, o bien no hacen una buena comparación entre las imágenes.

PREGUNTA 34

Sean x e y números positivos, la expresión $\log (x^3 \cdot y^{-2})$ es **siempre** igual a

A) $-6 \cdot \log (xy)$

B) $-\frac{3}{2} \cdot \log (xy)$

C) $3 \cdot \log x - 2 \cdot \log y$

D) $\dfrac{3 \cdot \log x}{-2 \cdot \log y}$

E) $(3 \cdot \log x)(-2 \cdot \log y)$

COMENTARIO

En esta pregunta los alumnos deben aplicar las propiedades de los logaritmos. En este caso, deben aplicar la propiedad del logaritmo de un producto, esto es $\log_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$ y la propiedad del logaritmo de una potencia, $\log_b a^n = n \cdot \log_b a$.

Es así como, $\log (x^3 \cdot y^{-2}) = \log x^3 + \log y^{-2} = 3 \cdot \log x - 2 \cdot \log y$.

De esta manera la opción correcta es C).

Llama la atención lo difícil que resultó esta pregunta, pues la contestó bien sólo el 25% de los estudiantes que la abordaron y la alta omisión del 54% indicaría que desconocen las propiedades de los logaritmos.

El distractor más marcado por los alumnos fue E) con un 11%, estos alumnos lo más probable es que distribuyeron el logaritmo en el paréntesis y luego aplicaron bien la propiedad del logaritmo de una potencia.

PREGUNTA 35

Viviana deposita en una financiera \$ 100.000 al 2% de interés compuesto mensual. ¿Cuál es el valor más cercano a lo que ganará al cabo de tres meses, si no hace retiros ni depósitos en ese período?

A) \$ 106.000
B) \$ 106.121
C) \$ 6.000
D) \$ 8.080
E) \$ 6.121

COMENTARIO

Este ítem se refiere al contenido de planteo y resolución de problemas que involucren el cálculo de interés compuesto.

Para su resolución el alumno debe aplicar la fórmula utilizada para el cálculo de este tipo de interés, es decir, $C_f = C_i \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$, donde:

C_f = capital final
C_i = capital inicial
t = tanto por ciento de interés
n = tiempo

Luego, debe reemplazar en la fórmula los datos entregados en el enunciado: C_i = \$ 100.000, t = 2% y n = 3 meses.

Por lo tanto, $C_f = 100.000\left(1 + \frac{2}{100}\right)^3 = 100.000(1{,}02)^3 = 106.120{,}8$, resultado que es, aproximadamente, \$ 106.121.

Esta cantidad es el capital final acumulado al término de los tres meses, pero como se pregunta por lo que ganará al cabo de este período se le debe restar al capital final el capital inicial, luego el dinero que ganará Viviana al cabo de los tres meses será de de \$ 6.121, valor que se encuentra en la opción E).

A pesar de que es una aplicación muy directa de la fórmula de interés compuesto y el cálculo a realizar es sencillo, el ítem resultó difícil, pues lo contestó bien sólo un 12% de los estudiantes que lo abordaron y la omisión alcanzó a un 31%.

El distractor más marcado fue C), con un 28%, quienes obtuvieron este resultado, trabajaron la pregunta como un interés simple. En efecto, como se aplica el 2% de interés mensual, este porcentaje lo multiplicaron por los tres meses, calculando de esta manera el 6% de \$ 100.000.

También resultó bastante alto el distractor A) con un 17%, quienes lo marcaron calcularon el 6% de \$ 100.000 y este valor se lo sumaron al capital inicial obteniendo \$ 106.000.


EL TRIÁNGULO EQUILÁTERO
TIENE TODOS SU
Costa
Rolls
Crocante
Costa
Rolls
Blanco Crocante
Costa
Rolls
Nuts
Irresistibles
Costa