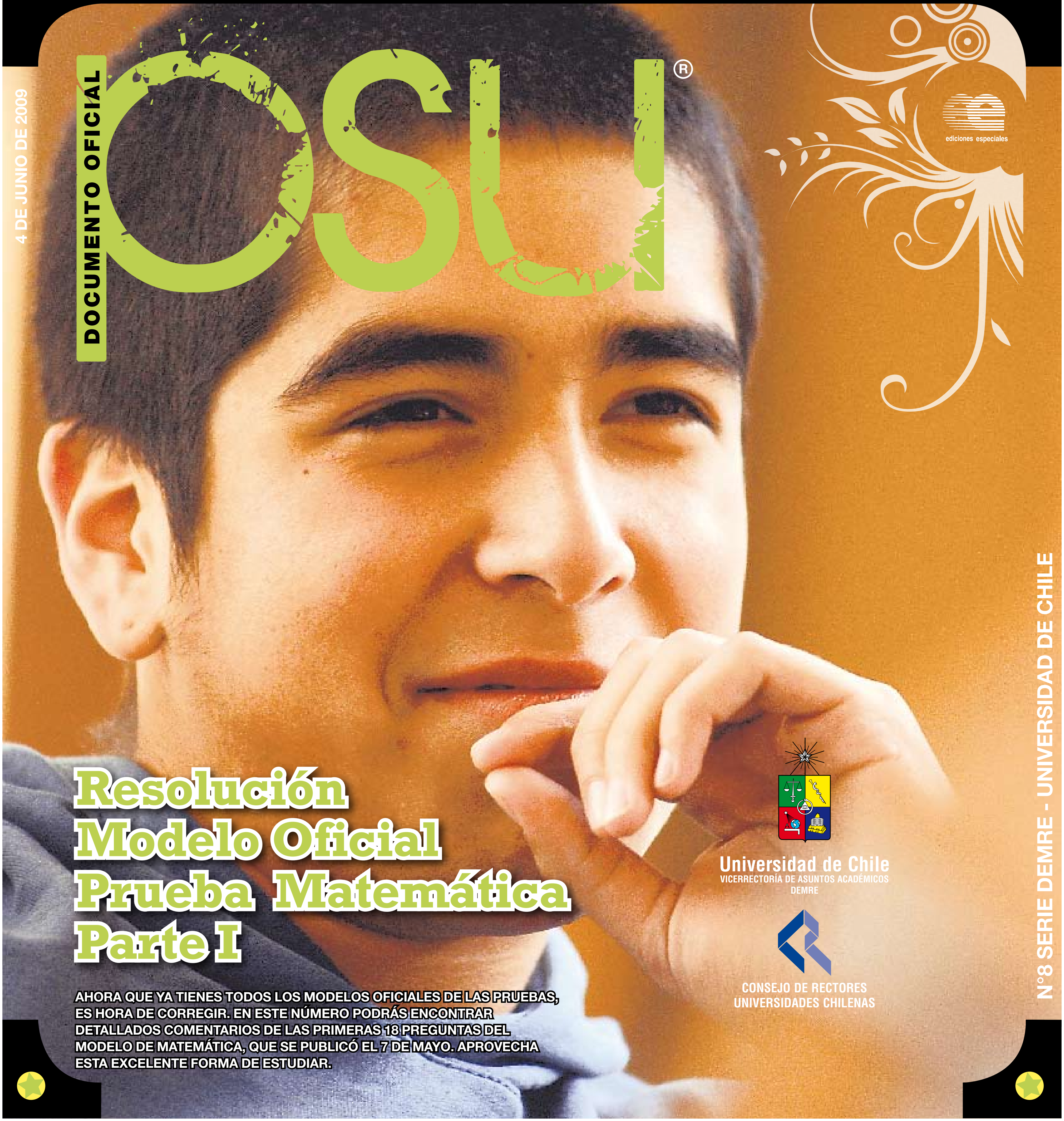
PROCESO DE ADMISIÓN 2010

EL MERCURIO

4 DE JUNIO DE 2009

DOCUMENTO OFICIAL

PSU®



ediciones especiales

Resolución Modelo Oficial Prueba Matemática Parte I

AHORA QUE YA TIENES TODOS LOS MODELOS OFICIALES DE LAS PRUEBAS, ES HORA DE CORREGIR. EN ESTE NÚMERO PODRÁS ENCONTRAR DETALLADOS COMENTARIOS DE LAS PRIMERAS 18 PREGUNTAS DEL MODELO DE MATEMÁTICA, QUE SE PUBLICÓ EL 7 DE MAYO. APROVECHA ESTA EXCELENTE FORMA DE ESTUDIAR.

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

N°8 SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

RESOLUCIÓN DEL MODELO OFICIAL DE MATEMÁTICA

PARTE I

PRESENTACIÓN

El objetivo de esta publicación, junto con las siguientes tres publicaciones de matemática, es comentar las preguntas que aparecen en el Modelo Oficial publicado el 07 de mayo de este año, por este mismo diario, en donde se entregará información útil para los profesores y para los alumnos con respecto a los contenidos y habilidades cognitivas que se evalúan en cada uno de los ítemes de este modelo.

Es así como, en cada pregunta se indicará a que contenido del Marco Curricular pertenece, además, se presentará el porcentaje de respuestas correctas, el porcentaje de omisión y la forma o formas de responderla, explicitando las capacidades que debiera tener el alumno para llegar a la solución y los errores más comunes que se cometen.

Se debe tener presente que el porcentaje de respuestas correctas es un indicador de la dificultad de la pregunta en el grupo evaluado y que, la omisión es considerada como un índice de bajo dominio o desconocimiento de los contenidos involucrados en la pregunta.

En particular, esta publicación se abocará al análisis de las 18 primeras preguntas del Modelo Oficial mencionado anteriormente y que corresponde a contenidos de primer año de Enseñanza Media del eje temático de Números y Proporcionalidad, y de primero y segundo año medio del área temática de Álgebra.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO DE NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

PREGUNTA 1

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}} =$$

A) $\frac{5}{2}$

B) $\frac{2}{5}$

C) 1

D) $\frac{3}{5}$

E) $\frac{1}{2}$

COMENTARIO

Para resolver este tipo de preguntas, el postulante debe dominar la operatoria de fracciones compuestas. Es así como, debe realizar la operatoria básica de fracciones, en este caso, adición y división de fracciones.

En efecto, $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$

Así, la respuesta correcta se encuentra en la opción D), que fue marcada por el 45,5% de los postulantes que abordaron el ítem, lo que demuestra que a pesar de ser un ítem rutinario, resultó de mediana dificultad.

Además, la omisión fue de un 27%, lo que señala que existe un número no despreciable de alumnos que tienen dificultad para operar con fracciones compuestas o no se sienten seguros para responder este tipo de ítemes.

El distractor más elegido por los postulantes fue E), con un 12,4% y corresponde a aquellos estudiantes que cometen el siguiente error:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1+\frac{\frac{1}{2}}{2}} = \frac{1}{1+\frac{1}{1}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

PREGUNTA 2

Tres atletas corrieron los 100 metros planos, Javier cronometró 11,3 segundos, Arturo 11,02 segundos y Marcelo 11,2 segundos. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Javier llegó después que Marcelo.
II) Entre Arturo y Marcelo hay 18 centésimas de segundo de diferencia al llegar a la meta.
III) Arturo llegó primero.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

COMENTARIO

Esta pregunta es del tipo combinada, que involucra el contenido de números decimales. Aquí, el postulante debe tener la habilidad de comprender el enunciado y a partir de la comparación entre los datos entregados determinar la veracidad o falsedad de cada una de las afirmaciones dadas.

Para determinar el valor de verdad de I), se debe comparar lo que cronometró Javier y Marcelo. Así, Marcelo llegó con una décima de segundo antes a la meta que Javier, pues 11,2 < 11,3, luego esta afirmación es verdadera.

En II) se debe hacer la diferencia entre el tiempo que demoró Arturo y el que demoró Marcelo, es decir, 11,2 – 11,02 = 0,18, que corresponde a 18 centésimas de segundo, luego II) es verdadera.

Y por último, si se comparan los tiempos de los tres atletas y se ordenan de menor a mayor se tiene: 11,02; 11,2 y 11,3, lo que deriva a que Arturo demoró menos, luego él llega primero a la meta, por lo tanto III) es verdadera.

De esta manera la opción correcta es E), la cual fue marcada por el 60% de los postulantes que abordaron el ítem, lo que demuestra que este tipo de problemas no es difícil ni desconocido para los postulantes. Lo anterior, queda ratificado por la baja omisión obtenida (3,9%).

El distractor más marcado por parte de los postulantes que abordaron el problema fue C), con un 22,2% de preferencias, esto posiblemente se debe a que no saben restar números con distintas cifras decimales o no saben interpretar que 0,18 significa 18 centésimas.

PREGUNTA 3

En una receta de un postre para 6 personas se necesitan 200 gramos de azúcar. Si se desea preparar dicho postre para **n** personas, ¿por cuál número se debe multiplicar **n** para obtener cuántos gramos de azúcar se necesitan?

A) $33,\overline{3}$
B) 200
C) 1.200
D) 6
E) 0,03

COMENTARIO

El contenido en esta pregunta contextualizada tiene que ver con proporcionalidad directa y ecuaciones con proporciones. Para resolver el problema el alumno debe tener la capacidad de comprender que las variables están en una proporcionalidad directa, plantear una proporción, despejar la incógnita en la proporción planteada, y por último, saber transformar una fracción a número decimal.

Es así como, si se designa por x a los gramos de azúcar que se necesitan para **n** personas, la proporción que se debe plantear con los datos dados es:

$\frac{6}{200} = \frac{n}{x}$, luego para responder la pregunta se debe despejar x, obteniendo

$x = n \cdot \frac{200}{6}$, por lo que el número pedido es $\frac{200}{6} = 33{,}\overline{3}$, valor que se encuentra en la opción A).

Estadísticamente el ítem resultó mediano con un 48,3% de respuestas correctas por parte de los alumnos que abordaron la pregunta. Llama la atención la omisión obtenida, de un 19,2%, considerada alta para una pregunta como ésta, lo que demuestra que la forma como se plantea el problema no es usual.

El distractor más llamativo fue B), con un 18,4%, el error cometido por los alumnos que marcaron esta opción está en que en la proporción que se plantean

$\frac{6}{200} = \frac{n}{x}$, multiplican cruzado, resultando, $6 \cdot x = 200 \cdot n$, pero no despejan x y sólo se quedan con el valor 200.

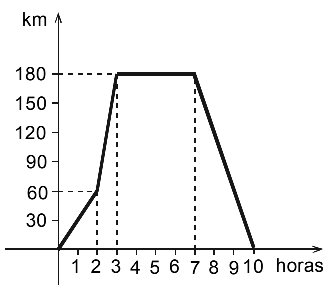
PREGUNTA 4

El gráfico de la figura 1 muestra el itinerario de un vehículo al ir y volver, en línea recta, a un determinado lugar. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La cantidad de kilómetros recorridos por el vehículo fue 180 km.
II) El vehículo estuvo 4 horas detenido.
III) El vehículo se demoró más en ir al lugar que en volver de él.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

fig. 1



COMENTARIO

El contenido que el alumno debe saber en este ítem es el de análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad en un gráfico.

El postulante debe comprender la información entregada tanto en el enunciado como en el gráfico, para luego interpretarlas y llegar a la verdad o falsedad de las afirmaciones dadas.

En este caso, el gráfico muestra los kilómetros que recorre un vehículo para llegar a un lugar y el regreso de éste al punto de partida, y el tiempo que demora en hacer este recorrido.

Al analizar la afirmación I), se puede concluir que ésta es falsa, porque al interpretar el gráfico se tiene que el automóvil recorre 180 km en llegar al lugar, pero al devolverse al punto de partida también recorre 180 km, luego en total recorre 360 km y no 180 km como se afirma en I).

Para determinar el valor de verdad de II), se deduce del gráfico que desde la tercera hora hasta la séptima hora (4 horas) estuvo detenido, por lo tanto II) es verdadera.

Por último, del gráfico se desprende que se demora tres horas en llegar a su destino y cuando regresa del lugar al punto de partida, también lo hace en tres horas, luego en ir y volver ocupó la misma cantidad de tiempo, por lo que III) es falsa.

Como sólo II) es verdadera se tiene que la respuesta correcta se encuentra en la opción B), la que fue contestada correctamente por el 35,6% de los alumnos que abordaron la pregunta y la omisión alcanzó un 17,4%.

El distractor que tuvo una mayor preferencia fue D). El error que comete el alumno que marca esta opción es concluir que I) es verdadera, lo que probablemente pensó es que como en el gráfico el valor mayor en el eje de los kilómetros es 180, se queda con este valor y no analiza el recorrido del vehículo en ir y volver al lugar de partida.

PREGUNTA 5

En un corral, **p** gallinas son blancas, las que corresponden a la quinta parte del total T de gallinas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Las gallinas que **no** son **blancas** son $\frac{4}{5}$T.
II) El 20% de las gallinas son blancas.
III) El número total de gallinas que **no** son **blancas** es cuatro veces el número de gallinas blancas.

A) Sólo II
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

COMENTARIO

En este problema el alumno debe dominar el contenido de porcentaje y su relación con las fracciones. Además, debe interpretar los datos del enunciado y utilizarlos para determinar la verdad o falsedad de las afirmaciones.

Del enunciado se tiene que T es el total de gallinas y **p** es la quinta parte del total de gallinas, luego $p = \frac{1}{5}T$, que corresponde a las gallinas blancas que hay en el corral.

Si al total de gallinas se le resta la cantidad de gallinas blancas se obtiene la cantidad de gallinas que **no** son blancas, es decir, $T - \frac{1}{5}T = \frac{4}{5}T$, luego I) es verdadera.

Como las gallinas blancas son la quinta parte del total, se tiene que $\frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$, por lo tanto II) es verdadera.

Y por último, como en I) se llegó a que $\frac{4}{5}T$ corresponde a la cantidad de gallinas no blancas del total, lo que a su vez equivale a cuatro veces la cantidad de gallinas blancas, se concluye que III) también es verdadera.

Como I), II) y III) son verdaderas se tiene que la opción correcta es E).

Los alumnos que se equivocaron en contestar el ítem, se distribuyeron en forma pareja entre los distractores, debido a diversos errores de relacionar fracciones y calcular porcentaje.

Este ítem obtuvo un 47% de respuestas correctas por parte de los alumnos que lo abordaron, y su omisión fue alta alcanzando el 28%. Llama la atención esta omisión, ya que es un tipo de preguntas rutinarias en la sala de clases y que los alumnos debieran estar habituados a resolver.

PREGUNTA 6

Si $p = 5{,}2 \cdot 10^{-3}$ y $q = 2 \cdot 10^{-3}$, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades se cumple(n)?

I) $p + q = 7{,}2 \cdot 10^{-3}$
II) $p \cdot q = 1{,}04 \cdot 10^{-5}$
III) $p - q = 3{,}2$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es el de notación científica, en donde el alumno debe tener la capacidad de operar números escritos en esta forma.

Es así como, el alumno debe operar con potencias de base 10, utilizando las propiedades de las potencias, en este caso la multiplicación de potencias de igual base.

En I), se tiene $p + q = 5{,}2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} = (5{,}2 + 2) \cdot 10^{-3} = 7{,}2 \cdot 10^{-3}$.

Otra forma de resolver esta adición es transformar los números de notación científica a números decimales y luego pasar el resultado a notación científica, o sea,

$p + q = 5{,}2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} = 0{,}0052 + 0{,}002 = 0{,}0072 = 7{,}2 \cdot 10^{-3}$. Luego, I) es verdadera.

En II) se tiene, $p \cdot q = (5{,}2 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 10^{-3})$, aplicando multiplicación de potencias de igual base queda, $5{,}2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 10{,}4 \cdot 10^{-6}$, luego 10,4 se escribe en notación científica, obteniéndose $1{,}04 \cdot 10^{1} \cdot 10^{-6}$, nuevamente se aplica multiplicación de potencias de igual base quedando $1{,}04 \cdot 10^{-5}$. Por lo tanto, II) es verdadera.

En III) se opera de forma similar que en I) y se obtiene:

$p - q = 5{,}2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} = (5{,}2 - 2) \cdot 10^{-3} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$.

Por lo anterior, III) es falsa.

Luego, se tiene que la opción correcta es D), que fue marcada por un 18,6% de los alumnos que abordaron el problema, resultando un ítem difícil. Su omisión alcanza a un 29,8%. Llama la atención estos valores, porque es un contenido que los alumnos lo trabajan desde la Enseñanza Básica y en primero medio se refuerza.

El distractor A) fue marcado prácticamente por la cuarta parte de los postulantes que abordaron el ítem, esto quiere decir que la igualdad de II) les dio falsa. El error que seguramente cometen, fue que después de operar estos dos números, el resultado que les dio no supieron escribirlo en notación científica, es decir,

$p \cdot q = (5{,}2 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 10^{-3}) = 5{,}2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 10{,}4 \cdot 10^{-6} = 1{,}04 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-6} = 1{,}04 \cdot 10^{-7}$

PREGUNTA 7

En un supermercado trabajan reponedores, cajeros y supervisores. El 60% corresponde a reponedores, los supervisores son 18 y éstos son un tercio de los cajeros. ¿Cuántos trabajadores tiene el supermercado?

A) 54
B) 72
C) 108
D) 120
E) 180

COMENTARIO

Este problema contextualizado apunta al contenido de porcentajes. El alumno para resolverlo debe comprender el enunciado e interpretar los datos entregados para realizar relaciones entre ellos.

Es así como, en el enunciado se mencionan tres tipos de trabajadores en el supermercado, de los cuales 18 son supervisores y éstos corresponden a un tercio de los cajeros (C), es decir, $18 = \frac{1}{3}C$, obteniéndose que existen 54 cajeros.

Ahora, como se tienen 18 supervisores y 54 cajeros, entre ellos hay 72 trabajadores que equivalen al 40% del total de trabajadores, ya que el 60% son reponedores.

Entonces, para responder la pregunta se debe plantear la siguiente proporción, en donde x representa al total de trabajadores:

$\frac{72}{40\%} = \frac{x}{100\%}$, y al despejar x se obtiene, $x = \frac{72 \cdot 100\%}{40\%} = 180$ trabajadores.

Por lo tanto, la respuesta correcta está en la opción E), que fue marcada por el 41,2% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de dificultad mediana.

Con respecto a la omisión, ésta fue cercana a un 32%, la cual se considera alta para este tipo de preguntas, porque es un contenido que se debiera trabajar habitualmente en clases.

La opción C) fue el distractor más marcado, con un 10,1%, el error que se comete en este caso va en la comprensión de la pregunta del problema, los alumnos no responden lo que le piden, sino que calculan el 60% del total, que corresponde a 108 reponedores y no al total de trabajadores.

PREGUNTA 8

En una tienda se decide subir todos los precios en un 15%. ¿Por cuál número se deben multiplicar los precios antiguos para obtener el nuevo precio?

A) Por 15
B) Por 0,15
C) Por 1,5
D) Por 1,15
E) Depende del precio de cada artículo.

COMENTARIO

El alumno para encontrar la respuesta al ítem debe tener la capacidad de relacionar porcentajes con números decimales.

En efecto, si se designa por n el precio de un artículo de la tienda, se tiene que el 15% de este producto está dado por $\frac{15}{100} \cdot n = 0{,}15 \cdot n$.

Ahora, para obtener el precio final del artículo, se tiene que al precio original se le agrega el 15% ya calculado, obteniéndose $n + 0{,}15 \cdot n = 1{,}15 \cdot n$. Luego, el precio original se debe multiplicar por 1,15 para obtener el nuevo precio, valor que se encuentra en la opción D).

El 24,3% de los postulantes que abordaron el ítem lo contestaron correctamente, esto señala que la pregunta resultó difícil. Por otro lado, a pesar de la dificultad que tuvo el ítem en los alumnos, la omisión no fue alta, alcanzando a un 13,4%, lo que demuestra que hubo alumnos que se sentían capacitados para responderla.

El distractor que fue marcado por más de un cuarto de los alumnos que abordaron el ítem fue B), y el error que seguramente cometieron, los que optaron por esta opción, es que calculan sólo el 15% de un artículo, es decir, 0,15 y no responden, efectivamente, lo que se está preguntando.

PREGUNTA 9

En un triángulo equilátero de lado 1.000 se unen los puntos medios de cada lado y se obtiene un nuevo triángulo equilátero, como se muestra en la figura 2. Si repetimos el proceso 6 veces, el lado del triángulo que se obtiene es

A) $\frac{1.000}{12}$

B) $6 \cdot \left(\frac{1.000}{2}\right)$

C) $\frac{1.000}{2^6}$

D) $\frac{1.000}{6}$

E) $\frac{1.000}{2^5}$

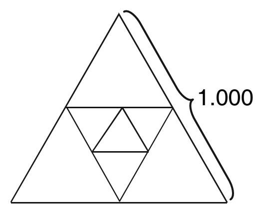


fig. 2

COMENTARIO

El tópico que interviene en esta pregunta está asociado a la resolución de desafíos, en donde el alumno debe tener la capacidad de realizar cálculos orientados a la identificación de regularidades numéricas, además de aplicar operatoria de fracciones y propiedades de potencias.

Lo primero que se debe recordar es que un triángulo equilátero es aquel que tiene sus tres lados iguales, contenido visto en Geometría de Enseñanza Básica.

Ahora bien, si se unen los puntos medios del triángulo de la figura se obtiene un triángulo inscrito en el triángulo mayor y cuyo lado mide 500, es decir, $\frac{1.000}{2}$.

Si en este triángulo inscrito se unen los puntos medios de sus lados respectivos, se obtiene nuevamente un triángulo equilátero, cuya medida de cada lado es 250, o sea, $\frac{1.000}{2} : 2 = \frac{1.000}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1.000}{2 \cdot 2} = \frac{1.000}{2^2}$.

Si se repite el proceso por tercera vez se obtiene que la medida del lado de un tercer triángulo equilátero es $\frac{1.000}{2^2} : 2 = \frac{1.000}{2^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1.000}{2^2 \cdot 2} = \frac{1.000}{2^3}$.

Luego, como hay que hacer el proceso 6 veces, se deduce que la medida del lado del último triángulo es $\frac{1.000}{2^6}$.

Por lo tanto, la respuesta correcta se encuentra en la opción C), que fue marcada por el 23,1% de los alumnos que abordaron el ítem, resultando éste de dificultad difícil. Su alta omisión cercana al 41,3% demuestra que los alumnos no saben trabajar con este tipo de preguntas, o no se sienten con seguridad para responderla.

El distractor que obtuvo una mayor preferencia por parte de los alumnos fue D), con un 15% de adeptos, el error que cometen los postulantes que marcaron esta opción, es que no comprendieron que se debía ir dividiendo el lado del triángulo por 2, ésto 6 veces, y solamente pensaron en dividir el lado por 6.

PREGUNTA 10

Si el índice de crecimiento **C** de una población es inversamente proporcional al índice **D** de desempleo y en un instante en que C = 0,5 se tiene que D = 0,25, entonces entre ambos índices se cumple

A) D = 0,5C

B) $D = C^2$

C) $D = \frac{0,5}{C}$

D) D = 0,125C

E) $D = \frac{0,125}{C}$

COMENTARIO

En este ítem el alumno debe recordar cuando dos variables son inversamente proporcionales entre sí. En este caso, C y D son inversamente proporcionales y por lo tanto el producto de ellas es constante, es decir, C · D = k, donde k es la constante de proporcionalidad inversa.

Ahora bien, cuando C = 0,5 se tiene que D = 0,25, estos valores al reemplazarlos en la igualdad, permiten obtener el valor de la constante de proporcionalidad, obteniéndose C · D = 0,5 · 0,25 = 0,125 = k. Como las opciones están en función de C, se despeja la variable D y se tiene que $D = \frac{0,125}{C}$. Por lo tanto E) es la opción correcta.

La estadística de la pregunta indica que ésta resultó difícil, sólo el 15,5% de los alumnos que abordaron el ítem lo contestaron correctamente, y su omisión fue cercana al 50%. Estos resultados se pueden deber a que el postulante tiene un bajo dominio en resolver éste tipo de ítemes o simplemente desconoce el contenido.

Uno de los distractores con mayor preferencia por parte de los postulantes fue D), con un 5,5%, el error que cometen es al despejar la variable D, de la expresión C · D = 0,125, ya que en vez de multiplicar por el recíproco de C, a ambos lados de la igualdad, sólo lo hacen a la izquierda de la igualdad y a la derecha multiplican por C, obteniendo D = 0,125 · C.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

Las preguntas que a continuación se comentan pertenecen a los niveles de primer y segundo año de Enseñanza Media.

PREGUNTA 11

Si n = 3, entonces $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$ es igual a

A) 6
B) 9
C) 14
D) 17
E) 18

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem está referido a la valorización de expresiones algebraicas. En esta pregunta el estudiante debe reemplazar el valor dado en la expresión algebraica para luego realizar operaciones básicas de números racionales y potencias.

En efecto, al reemplazar n = 3, en la expresión $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$, se tiene $3^2 - \frac{3}{3} + 3 \cdot 3 = 9 - 1 + 9 = 17$.

Así, la opción correcta es D), que tuvo un 71,6% de respuestas correctas por parte de quienes abordaron el ítem, resultando de dificultad fácil, su omisión estuvo cercana al 10%. Dichos porcentajes demuestran que este contenido es conocido por los alumnos y que este tipo de pregunta es trabajada por los profesores.

Los alumnos que se equivocaron en contestar el ítem, se distribuyeron en forma pareja entre los distractores, debido a diversos errores que pueden cometer cuando operan con números.

PREGUNTA 12

Si $3 \cdot 2(2x + 4) = 24$, entonces **x** es igual a

A) –4
B) 0
C) 3
D) 4
E) 36

COMENTARIO

En este ítem se debe resolver una ecuación de primer grado con una incógnita y con coeficientes numéricos. Para encontrar el valor de x, se debe aplicar operatoria de números enteros visto en la Enseñanza Básica.

En efecto, la ecuación $3 \cdot 2(2x + 4) = 24$, es igual a $6(2x + 4) = 24$, luego se aplica la propiedad distributiva, obteniendo $12x + 24 = 24$, se suma el inverso aditivo de 24 a ambos lados de la igualdad, resultando $12x = 0$, de donde $x = 0$.

Entonces, la opción correcta es B), con un 61% de respuestas correctas, lo que indica que el ítem resultó con una dificultad fácil, pero a pesar de este porcentaje llama la atención que la omisión fuera, aproximadamente, de un 20%, considerada alta para este tipo de ecuaciones, que se supone debiera ser rutinaria para los alumnos.

La opción D) fue marcada por un 6% de los postulantes que abordaron el ítem, siendo el distractor más marcado. El error que cometen los postulantes es el siguiente: $3 \cdot 2(2x + 4) = 24$, es igual a $6(2x + 4) = 24$, que es lo mismo que $2x + 4 = 4$, llegando a $2x = 8$ y obteniendo que el valor para x es 4.

PREGUNTA 13

Si $6 – 2x = 14$, entonces $x – x^2$ es igual a

A) –20
B) –10
C) –30
D) 10
E) 30

COMENTARIO

Este ítem, al igual que el anterior, está referido a ecuaciones de primer grado, con la diferencia que en este problema luego de encontrar el valor de x, se debe valorizar en la expresión algebraica dada, es decir,

$6 – 2x = 14$, se suma el opuesto de 6 a cada lado de la igualdad, resultando $–2x = 8$, con lo que se tiene que $x = –4$

Ahora, se reemplaza $x = –4$ en $x – x^2$, obteniéndose $–4 – (–4)^2 = –4 – 16 = –20$, resultado que se encuentra en la opción A).

El ítem resultó de dificultad mediana obteniendo un 53,7% de respuestas correctas por parte de quienes lo abordaron. Su omisión fue, aproximadamente, de un tercio de los postulantes, la que es considerada alta, tomando en cuenta lo sencillo y rutinario del problema.

El distractor D) fue el más llamativo con un 6% de las preferencias, para llegar a este distractor es posible que se cometan errores tanto para encontrar el valor de x, como al valorizar la expresión algebraica, es decir, de la igualdad $6 – 2x = 14$, se tiene $–2x = 20$, obteniéndose $x = –10$. Después, al reemplazarlo en la expresión $x – x^2$, se obtiene $–10 – (–10)^2$, luego se operan los signos obteniéndose, $–10 + (10)^2$ y por último, aplica mal la definición de potencia, resultando $–10 + 20 = 10$.

PREGUNTA 14

La suma de tres números impares consecutivos es **siempre**

I) divisible por 3.
II) divisible por 6.
III) divisible por 9.

Es (son) verdadera(s)

A) sólo I.
B) sólo II.
C) sólo I y III.
D) sólo II y III.
E) I, II y III.

COMENTARIO

El contenido involucrado en este ítem es el sentido, notación y uso de las letras en el lenguaje algebraico, reducción de términos semejantes y factorización.

Es así como, del enunciado se debe escribir las expresiones que representen a tres números impares consecutivos, si se designa por $2n + 1$ el primer número, se tiene que el segundo es $2n + 3$ y el tercer número impar es $2n + 5$, luego la suma de estas expresiones se representa por, $2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5$, realizando reducción de términos semejantes se llega a $6n + 9$, por último se factoriza por 3 obteniéndose $3(2n + 3)$.

Para ver la verdad o falsedad de las afirmaciones debemos recordar que un número es divisible por otro cuando el primero es múltiplo del segundo, es así como se puede deducir que I) es verdadera, porque $3(2n + 3)$ es un múltiplo de 3, por lo tanto es divisible por 3.

Por otro lado, II) y III) son falsas, ya que el valor de la expresión $3(2n + 3)$ depende del valor que pueda tener **n**, lo que implica que la expresión no siempre es divisible por 6 o por 9.

Como sólo I) es verdadera, la clave se encuentra en la opción A). Ésta fue marcada por un 58% de los postulantes, con lo cual el ítem es de dificultad mediana, su omisión fue baja llegando a un 10%, ambos porcentajes demuestran que este tipo de problema es conocido por parte de los alumnos.

Uno de los distractores más marcados fue E), en donde creen que las tres afirmaciones son verdaderas. El error que seguramente cometen es pensar que de la suma obtenida, $6n + 9$, se puede concluir que es divisible tanto por 6 como por 9, ya que ambos números aparecen en la expresión.

PREGUNTA 15

$$\left(\frac{2}{3}x + y\right)\left(\frac{2}{3}x - y\right) =$$

A) $\frac{4}{3}x^2 - y^2$

B) $\frac{4}{9}x^2 - y^2$

C) $\frac{2}{9}x^2 - y^2$

D) $\frac{4}{6}x^2 - y^2$

E) Ninguna de las expresiones anteriores.

COMENTARIO

En este ítem el alumno debe recordar el desarrollo del producto notable de la suma por diferencia, es decir, recordar que $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$.

Así, $\left(\frac{2}{3}x+y\right)\left(\frac{2}{3}x-y\right) = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - y^2 = \frac{4}{9}x^2 - y^2$

Luego, la opción correcta es B), la cual fue marcada por el 63,1% de los postulantes que abordaron el ítem lo que indica que es una pregunta fácil. A pesar de lo anterior, su omisión fue de un 18%, esto posiblemente se deba a que los estudiantes no están acostumbrados a trabajar este producto notable con expresiones fraccionarias.

El distractor con mayor preferencia fue A), con un 7,1%, el error que cometen los alumnos que marcan esta opción es no elevar al cuadrado el denominador del coeficiente numérico, obteniendo la siguiente igualdad:

$$\left(\frac{2}{3}x+y\right)\left(\frac{2}{3}x-y\right) = \frac{4}{3}x^2 - y^2$$

PREGUNTA 16

Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte?

A) 250 cm y 50 cm
B) 150 cm y 150 cm
C) 175 cm y 125 cm
D) 200 cm y 100 cm
E) Ninguna de las medidas anteriores.

COMENTARIO

En esta pregunta el alumno debe comprender el enunciado y a partir de los datos entregados en él, debe plantear y resolver una ecuación de primer grado con una incógnita.

Del enunciado se tiene que la tabla que mide 3 metros, que equivalen a 300 cm, se divide en dos partes, si la parte más corta es x, la otra es $300 - x$.

Además, se sabe que una de ellas es 50 cm más larga que la otra, entonces se puede concluir que $x + 50 = 300 - x$, se suma el inverso aditivo de $-x$ y el inverso aditivo de 50, a ambos lados de la igualdad, obteniéndose $2x = 250$, multiplicando por el recíproco de 2 a ambos lados de la igualdad, se llega a $x = \frac{250}{2} = 125$ cm.

Así, las medidas de cada parte de la tabla son 125 cm y 175 cm, valores que se encuentran en la opción C)

Estadísticamente el ítem resultó mediano con un 52% de respuestas correctas y su omisión fue de un 9,3%, estos valores demuestran que los alumnos están familiarizados con este tipo de preguntas, pero existe un porcentaje (38,7%) que no lo manejan en forma correcta.

Uno de los distractores con mayor preferencia fue A) con un 5,7%, el error que seguramente cometen los alumnos es no interpretar correctamente los datos del enunciado y asumir que uno de los trozos es 50 cm y como la tabla mide 300 cm el otro debe ser 250 cm.

PREGUNTA 17

El largo de un rectángulo es 8 metros mayor que su ancho. Si el ancho del rectángulo es **x** metros, la expresión algebraica que representa su perímetro es

A) (4x + 16) metros.
B) (2x + 8) metros.
C) (2x + 16) metros.
D) (4x + 8) metros.
E) (4x + 32) metros.

COMENTARIO

El postulante debe comprender el enunciado y traducirlo a una expresión algebraica y además, debe recordar que el perímetro de un rectángulo es la suma de las medidas de sus lados, contenido que se encuentra en Enseñanza Básica.

Como el ancho del rectángulo es x y el largo es 8 metros más largo que el ancho, se tiene que el largo se expresa como $(x + 8)$ metros, luego para expresar el perímetro del rectángulo en función de x se tiene

$2x + 2(x + 8) = 2x + 2x + 16 = (4x + 16)$ metros.

Así, la opción correcta es A) que fue marcada por el 42,8% de los estudiantes, resultando estadísticamente mediano y la omisión fue alta, llegando a un 22,8%.

El distractor más marcado fue C), con un 16,3% de preferencias. Posiblemente lo que piensan los alumnos es que el largo es 8 metros y no $(x + 8)$ metros, lo que los lleva a considerar que el perímetro es $x + x + 8 + 8 = (2x + 16)$ metros.

PREGUNTA 18

Si $a = \frac{1}{2x}$, $b = \frac{1}{4x}$ y $c = \frac{1}{6x}$, entonces $x - (a + b + c)$ es

A) $\frac{12x-11}{12}$

B) $\frac{x}{12}$

C) $\frac{12x^2-11}{12x}$

D) $\frac{x-11}{12x}$

E) ninguna de las expresiones anteriores.

COMENTARIO

El alumno debe tener la capacidad de operar con fracciones algebraicas. En este caso, al reemplazar en la expresión $x - (a + b + c)$ las variables a, b y c por sus respectivas fracciones algebraicas dadas en el enunciado, se tiene

$$x-(a+b+c) = x - \left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{4x}+\frac{1}{6x}\right) = x - \left(\frac{6+3+2}{12x}\right)$$
$$= x - \frac{11}{12x} = \frac{12x \cdot x - 11}{12x} = \frac{12x^2-11}{12x}$$

Luego, la respuesta correcta se encuentra en C) que fue marcada por el 26,1% de los postulantes, lo que indica que la pregunta resultó difícil. Además, la omisión fue de un 31,7%, lo que demuestra que los alumnos no saben trabajar con fracciones algebraicas.

Con respecto a los distractores, uno de los más marcado fue E), con un 14%. Seguramente cometen el siguiente error:

$x - (a + b + c) = x - \left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{4x}+\frac{1}{6x}\right) = x - \left(\frac{6+3+2}{12x}\right) = x - \frac{11}{12x}$, aquí suman para el lado, llegando a $\frac{x-11}{12x}$.


mía sólo mía
KuKy
AHORA MÁS RICAS