EL MERCURIO
17 DE JULIO DE 2008
DOCUMENTO OFICIAL
SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE
Nº13

PSU®

PROCESO DE ADMISIÓN 2009

RESOLUCIÓN FACSÍMIL

PRUEBA MATEMÁTICA PARTE II

EN ESTE DOCUMENTO, ENCONTRARÁS LA SEGUNDA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DEL FACSÍMIL DE MATEMÁTICA QUE SE PUBLICÓ EN ESTE DIARIO EL 22 DE MAYO. ESPECÍFICAMENTE, DE LAS PREGUNTAS N° 19 A LA N° 35, QUE PERTENECEN AL EJE TEMÁTICO DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES.

LA TERCERA PARTE DE ESTA RESOLUCIÓN LA PODRÁS CONOCER EL JUEVES 14 DE AGOSTO. TE RECOMENDAMOS TENER A MANO EL CALENDARIO PARA QUE NO TE PIERDAS NINGUNA DE ESTAS PUBLICACIONES OFICIALES.

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

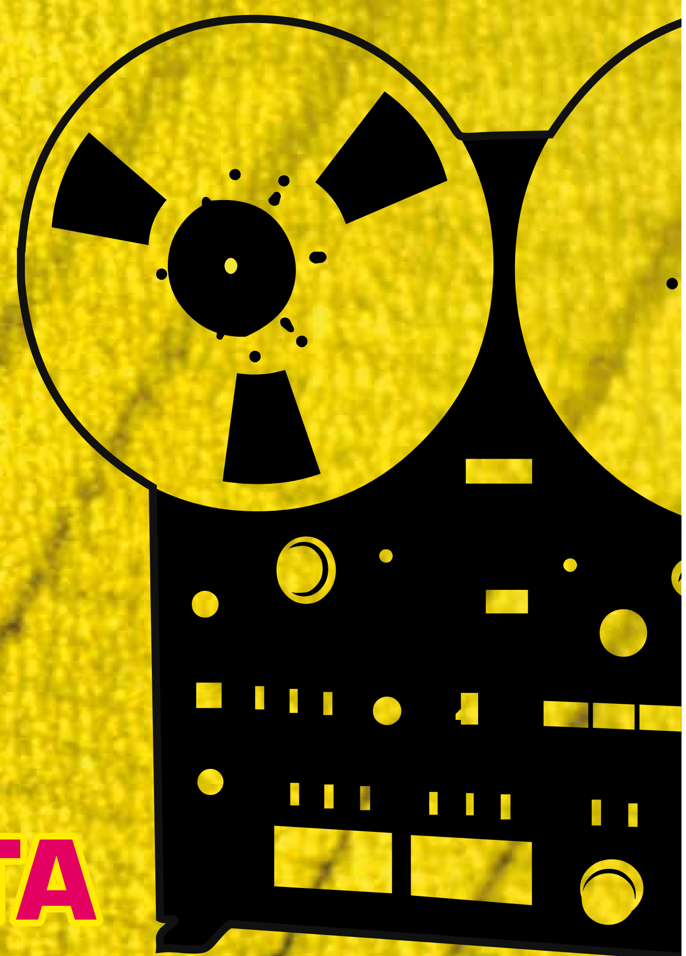
INSCRIPCIONES PSU PLAZO EXTRAORDINARIO

Hasta el Jueves 31 de julio

Si todavía no te has inscrito para participar en el **Proceso de Admisión 2009**, no pierdas tiempo e ingresa al sitio web **www.demre.cl**, Portal del Postulante.

Completa todos los datos requeridos (Sede de Rendición y Prueba Electiva, entre otros).

Valor del Arancel Único: $21.500.-



¡¡Atención!!

INSCRIPCIÓN GRATUITA CON BECA JUNAEB PARA LA PSU

Exclusivo:

Alumnos de IV Medio Colegios Municipales y Particulares Subvencionados.

Para utilizar este beneficio, debes efectuar obligatoriamente tu inscripción para la PSU en sitio web del DEMRE.

RESOLUCIÓN FACSÍMIL DE MATEMÁTICA PARTE II

PRESENTACIÓN

Continuando con la difusión del facsímil de matemática publicado el 22 de mayo de 2008, en esta ocasión se comentarán las preguntas N° 19 a la N° 35, referidas al Eje Temático de Álgebra y Funciones, contenidos que son tratados a lo largo de toda la Enseñanza Media.

Cabe mencionar que tanto los contenidos de Álgebra como los de Funciones son fundamentales para resolver problemas tanto en el ámbito matemático como en el de otras disciplinas.

El alumno debe ser capaz de llegar a la respuesta correcta utilizando los contenidos del marco curricular y las Habilidades Cognitivas de Reconocimiento, Comprensión, Aplicación y Análisis, Síntesis y Evaluación, cuyo desglose se realizó en la publicación del 17 de abril. Además, debe utilizar algunos contenidos que son prerequisitos y que han sido trabajados en la Enseñanza Básica.

Como ha sido costumbre en el análisis de los ítemes de este facsímil, se detalla el contenido involucrado y el nivel en el que se trabaja. Se explican también los contenidos previos que se deben dominar, las operaciones realizadas, el grado de dificultad, el porcentaje de omisión y los errores más comunes que llevan al postulante a marcar los distractores.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

PREGUNTA 19

Si $P = \frac{1}{2}RH$, entonces H^{-1} es igual a

A) $\frac{2P}{R}$

B) $-\frac{R}{2P}$

C) $-\frac{2P}{R}$

D) $\frac{2R}{P}$

E) $\frac{R}{2P}$

Comentario:

El contenido abordado en este problema es el de potencia con exponente entero, tema perteneciente a Segundo año Medio.

El alumno para llegar a la respuesta correcta puede despejar H de la igualdad dada, de la misma manera que se enseña a despejar una variable en una fórmula, para posteriormente encontrar H^{-1}.

En efecto, la igualdad $P = \frac{1}{2}RH$ se multiplica por el inverso multiplicativo de $\frac{1}{2}$ y se obtiene $2P = RH$, luego, al multiplicar por $\frac{1}{R}$ se tiene $\frac{2P}{R} = H$.

Por otro lado, se sabe que $H^{-1} = \frac{1}{H}$, reemplazando H por $\frac{2P}{R}$, se obtiene $H^{-1} = \frac{1}{\frac{2P}{R}}$, lo que es igual a $H^{-1} = \frac{R}{2P}$.

Luego la opción correcta es E).

El ítem resultó difícil, ya que lo contestó correctamente un 28,1% de los postulantes que abordaron el problema. Llama la atención que siendo un ítem de resolución sencilla, donde se aplica operatoria básica obtuviera una omisión alta, cercana al 58%.

Al analizar los distractores desde el punto de vista estadístico, se observa que la opción A) fue la más marcada por quienes erraron la respuesta y este error se debe seguramente, a que sólo calcularon H y no comprenden el significado de H^{-1}.

PREGUNTA 20

Si $P = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, con a, b, c y d distintos de 0, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) $P = \frac{a+c}{b+d}$

II) El inverso aditivo de P es $-\frac{ad+cb}{bd}$

III) El inverso multiplicativo de P es $\frac{b}{a} + \frac{d}{c}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

Comentario:

El contenido involucrado en este ítem es de Segundo año Medio y corresponde a expresiones algebraicas fraccionarias e interpretación de ellas como números fraccionarios y viceversa.

El alumno para llegar a la clave debe analizar el valor de verdad de las afirmaciones I), II) y III), junto con los datos entregados en el enunciado.

A continuación se analizará cada una de ellas:

Al aplicar a $P = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ la definición de sumas de fracciones con distinto denominador, se tiene

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad + cb}{bd}$$

que no siempre es igual a $\frac{a+c}{b+d}$, de esta manera la afirmación I) es falsa.

Ahora bien, como $P = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$, y el inverso aditivo de P es $-P$, se obtiene que $-P = -\frac{ad + cb}{bd}$, luego la afirmación II) es verdadera.

Por otro lado, el inverso multiplicativo de P es $\frac{1}{P}$, por lo tanto $\frac{1}{P} = \frac{1}{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}} = \frac{1}{\frac{ad + bc}{bd}} = \frac{bd}{ad + bc}$.

Si se suman las fracciones presentadas en III) se obtiene $\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{bc + ad}{ac}$ que no siempre corresponde a la expresión encontrada para el inverso multiplicativo de P, por lo que la afirmación III) es falsa.

Del análisis realizado anteriormente se concluye que la clave es la opción B).

Estadísticamente este ítem resultó muy difícil, sólo un 15,6% de los postulantes que abordaron el problema lo hizo de forma correcta. Su omisión fue cercana al 50%. Este resultado tal vez se deba, a que no es un tipo de problema que se trabaje en las aulas, o bien, a un desconocimiento de la operatoria de fracciones algebraicas.

El distractor con mayor preferencia por parte de los postulantes que abordaron el ítem fue D), seguramente ellos no saben sumar fracciones, lo que los lleva a determinar en forma errónea el inverso aditivo y el inverso multiplicativo, concluyendo que I) y III) son verdaderas.

PREGUNTA 21

Si $a < 0$ y $a > b$, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

I) $a + b < a - b$
II) $a + b < b - a$
III) $a - b < b - a$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

Comentario:

Este ítem involucra un contenido de Tercer año Medio sobre desigualdades, intervalos y la resolución de inecuaciones aplicando operatoria básica.

El alumno debe tener la habilidad de analizar cada una de las relaciones para llegar a la verdad o falsedad de ellas, utilizando los datos entregados en el enunciado y recordando que cuando se suma o resta un número a ambos lados de la desigualdad, el sentido de ésta no cambia. Lo mismo ocurre cuando se multiplica o divide a ambos lados de la desigualdad por un número positivo.

Del enunciado podemos concluir que si $a < 0$ y $a > b$, entonces $b < 0$.

En I), se tiene que $a + b < a - b$, si se suma el inverso aditivo de **a** a ambos lados de la desigualdad, se tiene $b < -b$, luego si se suma **b** a ambos lados, se obtiene $2b < 0$, y al dividir por 2 a ambos lados de la desigualdad se obtiene que $b < 0$, que coincide con lo entregado en el enunciado, por lo tanto I) es verdadero.

En II), se tiene que $a + b < b - a$, si se suma el inverso aditivo de **b** a ambos lados de la desigualdad, se tiene $a < -a$, luego al sumar **a** a ambos lados, se obtiene $2a < 0$, por lo tanto $a < 0$, lo que también coincide con lo entregado en el enunciado, luego II) es verdadero.

En III), se tiene $a - b < b - a$, si se suma **a** a ambos lados se obtiene $2a - b < b$, ahora si se suma **b** a ambos lados y luego se divide por 2, se obtiene que $a < b$, lo que se contradice con los datos del enunciado, luego III) es falsa.

Por el análisis de I), II) y III) se concluye que la clave es D).

El ítem resultó de dificultad mediana con un 42,3% de respuestas correctas y con un 34,1% de omisión.

PREGUNTA 22

$$\sqrt{6+\frac{1}{4}} - \sqrt{5+\frac{1}{16}} + \sqrt{8-\frac{4}{25}} =$$

A) $\frac{61}{20}$

B) $\frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{2}{5}$

C) $\frac{151}{20}$

D) $\sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{8} + \frac{7}{20}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

Comentario:

En este problema, el alumno debe calcular raíces cuadradas, contenido que se encuentra en Tercer año Medio. Además, debe aplicar la adición de fracciones, contenido de Enseñanza Básica.

En la expresión $\sqrt{6+\frac{1}{4}} - \sqrt{5+\frac{1}{16}} + \sqrt{8-\frac{4}{25}}$, se resuelven las adiciones y sustracciones que aparecen en las cantidades subradicales, obteniéndose

$$\sqrt{\frac{24+1}{4}} - \sqrt{\frac{80+1}{16}} + \sqrt{\frac{200-4}{25}} = \sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{81}{16}} + \sqrt{\frac{196}{25}}$$

aplicando raíz de un cuociente, resulta $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} - \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} + \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{25}}$,

extrayendo las raíces cuadradas se tiene $\frac{5}{2} - \frac{9}{4} + \frac{14}{5}$,

y por último, operando las fracciones se llega a $\frac{50 - 45 + 56}{20} = \frac{61}{20}$.

Por lo anterior la opción correcta es A).

Estadísticamente el ítem resultó difícil, con un 20,8% de respuestas correctas. La alta omisión (60%) que presenta el problema deja de manifiesto el poco dominio de este contenido en los egresados de la Enseñanza Media, ya que el problema en sí no es de una gran complejidad.

El distractor más marcado por parte del alumnado fue D), con un 10,8%. Para llegar a marcar esta opción, lo más probable es que ellos aplicaron raíz a cada sumando, luego calcularon la raíz cuadrada de las fracciones, para luego sumarlas, es decir,

$$\sqrt{6+\frac{1}{4}} - \sqrt{5+\frac{1}{16}} + \sqrt{8-\frac{4}{25}} =$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{8} - \sqrt{\frac{4}{25}} =$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{5} =$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{8} + \frac{10+5-8}{20} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{8} + \frac{7}{20}$$

PREGUNTA 23

$$\sqrt[3]{a^{2x+2}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+1}} =$$

A) a^{3x+3}

B) $\sqrt[6]{a^{3x+3}}$

C) a^{3x}

D) a^{x+3}

E) a^{x+1}

Comentario:

El contenido que involucra este ítem es de Tercer año Medio y corresponde a raíz cúbica. Para resolver el ítem se debe aplicar las propiedades de multiplicación de raíces de igual índice $\left(\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}\right)$ y la multiplicación de potencias de igual base ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$), contenido que se encuentra en Segundo año Medio.

Así, $\sqrt[3]{a^{2x+2}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+1}} = \sqrt[3]{a^{2x+2} \cdot a^{x+1}} = \sqrt[3]{a^{3x+3}}$. Si se factoriza por 3 el exponente de la cantidad subradical y se aplica la propiedad $\left(\sqrt[3]{a^n} = a^{\frac{n}{3}}\right)$, entonces se tiene que $\sqrt[3]{a^{3(x+1)}} = a^{\frac{3(x+1)}{3}}$.

Por último, al simplificar el exponente se llega a que el resultado es a^{x+1}. Así la clave es E).

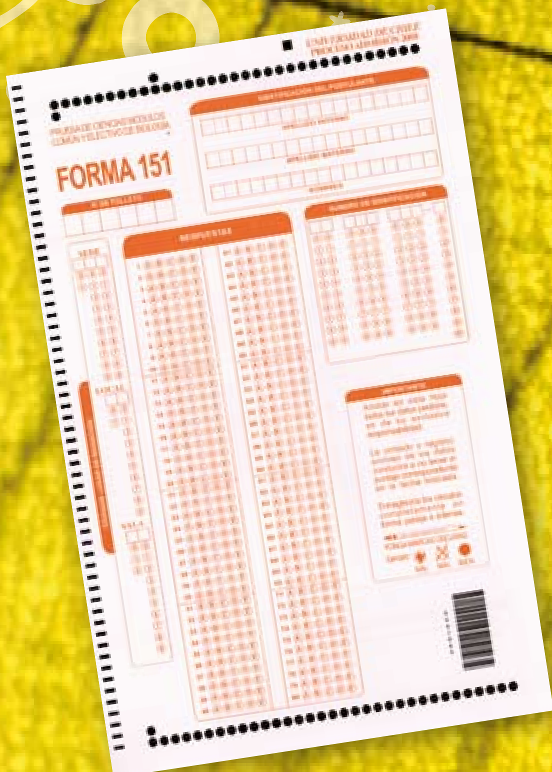
El problema resultó muy difícil, con un 19,4% de respuestas correctas de los alumnos que abordaron el ítem, la omisión fue cercana al 41%. Estos resultados reflejan una mala internalización del contenido o un desconocimiento de él.

Un cuarto de los postulantes que abordaron el problema se inclinaron por el distractor B). El alumno para llegar a marcar esta opción como clave, aplica bien la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base, pero no la de multiplicación de raíces de igual índice, ya que no conserva los índices sino que los suma, es decir,

$$\sqrt[3]{a^{2x+2}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+1}} = \sqrt[6]{a^{2x+2} \cdot a^{x+1}} = \sqrt[6]{a^{3x+3}}$$

¡Importante!

LLENADO DE HOJA DE RESPUESTAS APLICACIÓN PSU



Los postulantes tienen la responsabilidad de anotar en la hoja de respuestas todos los datos personales requeridos.

LOS DATOS A COMPLETAR SON:

- **Nombre completo.**
- **Cédula de Identidad.**
- **Sede de rendición, local y sala.**

Los círculos de los datos y respuestas deben estar marcados en forma completa y correctamente ennegrecidos.

Además, los postulantes deben firmar obligatoriamente la declaración contenida en la hoja de respuestas.

PREGUNTA 24

¿Cuál es el conjunto de todos los números que están a una distancia mayor que 6 de 0 y a una distancia menor que 20 de 8?

A) $]6,\ 8[$
B) $]6,\ 28[$
C) $]-12,-6[\ \cup\ ]6,\ 28[$
D) $]-\infty,\ 28[$
E) $]-\infty,\ -12[\ \cup\ ]-6,\ 6[\ \cup\ ]28,\ \infty[$

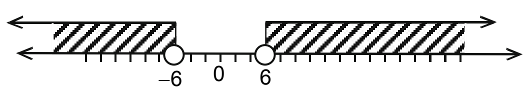
Comentario:

El contenido que está involucrado en este ítem es el de desigualdades e intervalos en los números reales, que se encuentra en Tercer año Medio.

El alumno para resolver el ítem debe comprender el enunciado y traducirlo a intervalos, luego graficar dichos intervalos, y así encontrar la respuesta a través de la intersección de ellos.

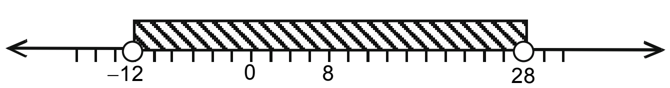
Todos los números que están a una distancia mayor que 6 de 0, corresponden a los números reales que pertenecen al intervalo $]-\infty,-6[\ \cup\ ]6,\infty[$.

Gráficamente ésto corresponde a

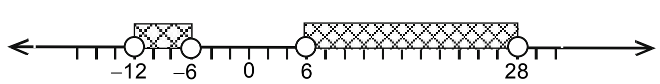


Por otro lado, todos los números que están a una distancia menor que 20 de 8, corresponden a los números reales que pertenecen al intervalo $]-12, 28[$.

Gráficamente ésto corresponde a



Ahora bien, como son todos los números reales que cumplen con ambas condiciones, se debe encontrar el intervalo resultante de la intersección de los dos intervalos anteriores. El siguiente gráfico representa dicha intersección.



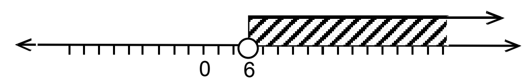
Luego, se observa que los números que cumplen ambas condiciones pertenecen al intervalo $]-12,-6[\ \cup\ ]6,\ 28[$.

Resultado que se encuentra en la opción C).

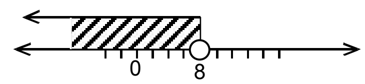
Este problema resultó muy difícil, con un 7,2% de respuestas correctas por parte de los alumnos que abordaron el ítem. Su omisión fue muy alta alcanzando el 79,6%. Estos resultados se pueden deber a un desconocimiento del contenido o bien, al no saber interpretar este tipo de problemas.

Por otra parte, el distractor A) obtuvo un 6% de preferencia, esta elección por parte del alumnado se debe probablemente al siguiente error:

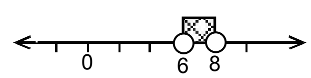
De la condición “todos los números que están a una distancia mayor que 6 de 0”, la interpretan como “los números mayores que 6”, que en intervalo se expresa como $]6,\infty[$ y que gráficamente se interpreta como



Por otro lado, “una distancia menor que 20 de 8” la interpretan como “los números menores que 8” que en intervalo se expresa como $]-\infty, 8[$ y gráficamente es



Y por último, la intersección de ambos intervalos es $]6,\ 8[$, que gráficamente corresponde a



COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE FUNCIONES

PREGUNTA 25

Si **x** e **y** satisfacen las ecuaciones **x + y = 8** y **x – y = 2**, entonces **x · y** es igual a

A) 16
B) 15
C) 0
D) –20
E) ninguno de los valores anteriores.

Comentario:

Para encontrar la opción correcta en este tipo de ítemes el alumno debe saber resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, contenido que se encuentra en Segundo año Medio.

El alumno debe aplicar uno de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones que le permitan encontrar los valores de x e y, para luego calcular su producto.

Así, se tiene el sistema

$$\begin{array}{ll} (1) & x + y = 8 \\ (2) & x - y = 2 \end{array}$$

Aplicando el método de reducción se obtiene $2x = 10$, lo que implica que $x = 5$. Si este valor se reemplaza en (1) se obtiene que $y = 3$. Por último, el producto de x por y es 15. Por lo tanto, la opción correcta es B).

Estadísticamente el ítem resultó con un 56% de respuestas correctas, que lo convierte en un ítem de dificultad mediana. A pesar de ser un ítem que se trabaja bastante en el aula obtuvo una alta omisión, alcanzando el 21,2%.

El distractor A) fue uno de los más marcados por los estudiantes, lo más probable es que razonaron de la siguiente manera:

En el sistema

$$\begin{array}{ll} (1) & x + y = 8 \\ (2) & x - y = 2 \end{array}$$

como la variable **y** se está sumando en una ecuación y se está restando en la otra, la eliminan y en vez de sumar los coeficientes de **x** y los números, los multiplican, quedando $x^2 = 16$, de donde $x = 4$.

Reemplazando este valor en (1) se llega a que $y = 4$. Por lo tanto, $x \cdot y = 16$.

PREGUNTA 26

Si $f(x) = 5x$, entonces $5 \cdot f(5x)$ es igual a

A) $125x$
B) $25x$
C) $125x^2$
D) $25x^2$
E) ninguna de las expresiones anteriores.

Comentario:

El contenido al cual está referido este ítem se encuentra en Segundo año Medio y corresponde al concepto de función.

Lo primero que se debe hacer en este problema es reconocer las variables y luego valorarlas en la función.

Para calcular $5 \cdot f(5x)$, se debe evaluar 5x en la función dada, en efecto $f(5x) = 5(5x) = 25x$, y al calcular $5 \cdot f(5x)$ se obtiene $5 \cdot (25x) = 125x$.

Luego, la opción correcta es A).

El distractor con mayor preferencia por parte de los postulantes fue B), con un 18,3%. El error que cometen los alumnos que marcan esta opción es trabajar con f(x) y no con f(5x), es decir,

$$5 \cdot f(x) = 5 \cdot (5x) = 25x$$

Estadísticamente el problema obtuvo una alta omisión (28,8%), y resultó difícil, logrando sólo un tercio de respuestas correctas por parte de los postulantes que la abordaron.

PREGUNTA 27

La ecuación de una recta es $x - my - 2 = 0$. Si el punto $(-2, 8)$ pertenece a esta recta, entonces el valor de **m** es

A) -2
B) -3
C) $-\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{2}$
E) 2

Comentario:

Este ítem aborda un contenido que se encuentra en Segundo año Medio y está relacionado con la ecuación de una recta y la pertenencia de un punto a ésta. Para encontrar la solución, el alumno debe reemplazar en la ecuación de la recta el punto dado para formar una ecuación de primer grado con una incógnita **m**, contenido tratado en Primer año Medio.

Como el punto $(-2, 8)$ pertenece a la recta dada, al reemplazar sus coordenadas en $x - my - 2 = 0$, se tiene la igualdad $-2 - m \cdot 8 - 2 = 0$, luego $-m \cdot 8 = 4$, obteniéndose que $m = -\frac{1}{2}$.

Así, la opción correcta es C).

Llama la atención que este ítem resultara con una omisión alta, llegando al 62,2% y difícil, con un 26,5% de respuestas correctas por parte de los postulantes que abordaron la pregunta. Estos resultados sorprenden, ya que la pregunta en sí no plantea una situación nueva o relativamente nueva, sino que por el contrario, es un problema bastante recurrente en el trabajo del aula.

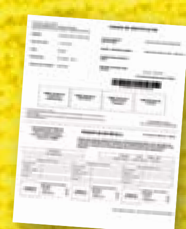
El distractor con mayor porcentaje de preferencia fue A), esto se debe probablemente a un errado desarrollo de la ecuación de primer grado, llegando al valor recíproco de **m**.

PROCESO DE ADMISIÓN 2009

¡tenga presente desde ahora!

ELEMENTOS NECESARIOS

- Cédula Nacional de Identidad o Pasaporte.
- Tarjeta de Identificación.
- Lápiz Grafito Nº 2.
- Goma de Borrar.



ELEMENTOS NO PERMITIDOS

(Válido para Postulantes y Examinadores).

- Bolsos, Carteras y Mochilas.
- Calculadoras.
- Pda.
- Celulares.
- Mp3.
- Cámaras Fotográficas.
- Cualquier elemento que pueda servir para sustraer o copiar información de los folletos.
- Elementos que atenten contra el normal desarrollo del Proceso de Aplicación de Pruebas.

Nota: Los locales de aplicación de pruebas no cuentan con dependencias y/o personal para el almacenamiento de objetos no permitidos.

PREGUNTA 28

Si $f(x) = \dfrac{|-2x-3|}{-2}$, entonces $f(7)$ es igual a

A) 4

B) $\dfrac{17}{2}$

C) $-\dfrac{11}{2}$

D) $\dfrac{11}{2}$

E) $-\dfrac{17}{2}$

Comentario:

El contenido que se mide en este problema es de Segundo año Medio y se trata de la función valor absoluto.

El alumno debe conocer la definición de la función valor absoluto y luego valorar dicha función en un número real dado.

Como la función valor absoluto se define $f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & \text{si} \quad x < 0 \\ x, & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

se tiene que $f(7) = \dfrac{|-2 \cdot 7 - 3|}{-2} = \dfrac{|-14-3|}{-2} = \dfrac{|-17|}{-2} = \dfrac{17}{-2} = -\dfrac{17}{2}$.

Lo que indica que la clave es la opción E).

La estadística nos muestra que este ítem resultó difícil, con un 33,4% de respuestas correctas, y la omisión fue cercana al 50%. Esta alta omisión se debe seguramente a que no identifican la función valor absoluto.

La opción B) obtuvo un 9,6% de las preferencias, siendo la más elegida dentro de los distractores por parte de los alumnos que abordaron el problema. El error cometido, seguramente, se debió a que asumieron que el denominador estaba dentro del valor absoluto, y por tal motivo llegan a $\dfrac{17}{2}$.

PREGUNTA 29

En el gráfico de la figura 2, se muestran las tarifas de un estacionamiento por horas. Un automovilista estaciona durante 4 días: el primer día 152 minutos, el segundo día 180 minutos, el tercer día 90 minutos y el cuarto día 210 minutos. ¿Cuánto canceló en total por los días que estacionó?

A) $ 1.900

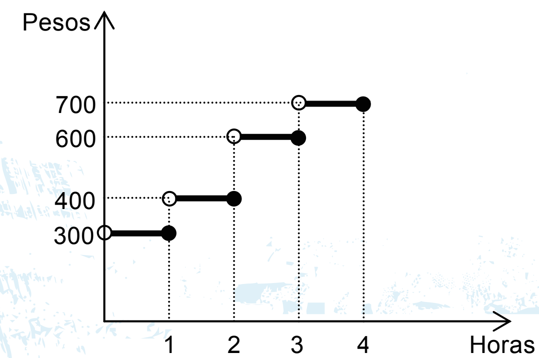
B) $ 2.300

C) $ 2.400

D) $ 2.000

E) Ninguno de los valores anteriores.

fig. 2



Comentario:

Este es un problema contextualizado que aborda el contenido de asignación de precios por tramos de consumo, tópico que se encuentra en Segundo año de Enseñanza Media.

Así, para determinar cuánto canceló el automovilista por los días que estacionó, se debe calcular lo que gastó en cada uno de ellos. Para ésto como los períodos los dan en minutos y en el gráfico están los tramos por hora, se debe realizar la equivalencia.

1er día: Estacionó 152 minutos, que equivalen a 2,5 horas aproximadamente, observando el gráfico se ve que este período se encuentra entre 2 y 3 horas, por lo tanto gastó $ 600.

2do día: Estacionó 180 minutos, que equivalen a 3 horas, período que se encuentra entre 2 y 3 horas (3 horas inclusive), por lo tanto gastó $ 600.

3er día: Estacionó 90 minutos, que equivalen a 1,5 horas, período que se encuentra entre 1 y 2 horas, por lo tanto gastó $ 400.

4to día: estacionó 210 minutos, que equivalen a 3,5 horas, período que se encuentra entre 3 y 4 horas por lo tanto gastó $ 700.

Luego sumando los cuatro precios se obtiene que canceló en total por los días de estacionamiento $ 2.300. De esta manera la clave es la opción B).

Este ítem resultó difícil, con un 23% de respuestas correctas, y un cuarto de los alumnos que abordaron el problema lo omitieron.

A continuación, se muestran los dos distractores que obtuvieron porcentajes de preferencias por sobre el 6%.

El distractor C) se obtiene de la siguiente manera:

En el **1er**, **3er** y **4to** día hicieron bien los cálculos de lo gastado, pero el **2do** día, el automovilista estacionó 180 minutos, lo que equivale a 3 horas, interpretando que gastó $ 700 en vez de $ 600.

Luego, sumando los precios de los cuatro días se obtiene $ 2.400.

El distractor A) se obtiene de calcular las horas sin preocuparse de los minutos, es decir,

1er día: Estacionó 152 minutos, que equivalen a 2,5 horas aproximadamente, lo aproxima a 2 horas, por lo tanto gastó $ 400.

2do día: Estacionó 180 minutos, que equivalen a 3 horas, por lo tanto gastó $ 600.

3er día: Estacionó 90 minutos, que equivalen a 1,5 horas, lo aproxima a 1 hora, por lo tanto gastó $ 300.

4to día: Estacionó 210 minutos, que equivalen a 3,5 horas, lo aproxima a 3 horas, por lo tanto gastó $ 600.

Luego, al sumar los precios de los cuatro días, se obtiene $ 1.900.

PREGUNTA 30

Un patio rectangular de 24 m^2 de superficie, tiene 2 metros más de frente que de fondo. Si **x** es la medida del fondo, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite calcular las dimensiones del patio?

A) $x(x + 2) - 24 = 0$
B) $x(x - 2) - 24 = 0$
C) $x(x - 2) + 24 = 0$
D) $x^2 - 22 = 0$
E) $4x - 20 = 0$

Comentario:

El postulante para llegar a la opción correcta en este ítem contextualizado debe comprender el enunciado y traducirlo a una expresión algebraica, que en este caso, corresponde a una ecuación de segundo grado, contenido que se encuentra en Tercero Medio.

Además, debe recordar y aplicar la fórmula del cálculo de la superficie de un rectángulo, contenido de Enseñanza Básica. Así, un rectángulo de lados a y b tiene como superficie $a \cdot b$.

Del enunciado se tiene que el valor de una superficie rectangular con x de fondo y con (x + 2) de frente, es de 24 m^2, por lo tanto, aplicando la fórmula se tiene $x(x + 2) = 24$, y si se iguala a cero se tiene que $x(x + 2) - 24 = 0$ es la expresión que permite encontrar las dimensiones del patio, la cual se encuentra en la opción A).

Este ítem a pesar de ser sólo de comprensión y traducción resultó difícil, con un 31,3% de respuestas correctas y su omisión fue muy alta alcanzando un 56%. Estos resultados se pueden deber a un desconocimiento del contenido o al hecho de no recordar lo que es la superficie de un rectángulo y asociarlo a los datos dados.

El distractor que obtuvo un mayor porcentaje de preferencia fue C), lo más probable que el error cometido se deba a una mala comprensión del enunciado, así de la lectura “2 metros más de frente que de fondo”, la toman al revés, toman x como el fondo y (x − 2) como el frente, obteniendo $x(x - 2) = 24$, y además igualan a cero en forma errada, obteniéndose $x(x - 2) + 24 = 0$.

PREGUNTA 31

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s) cuando la variable **x** toma los tres valores 0, 1, –1?

I) $\sqrt{x^2} = -x$
II) $\sqrt{x^2} = |x|$
III) $\sqrt{x^2} = x$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Ninguna de ellas.

Comentario:

El contenido al que está referido este problema apunta a uno de Tercer año Medio referido a la identificación de $\sqrt{x^2} = |x|$. Aquí el alumno debe recordar el concepto de la función valor absoluto, tópico tratado en Segundo año Medio.

Así, se toman los valores 0, 1 y –1 del enunciado y se reemplazan en las tres igualdades.

En I), se debe cumplir la igualdad $\sqrt{x^2} = -x$

si $x = 1 \Rightarrow \sqrt{1^2} = 1 \neq -1$, por lo tanto **no** se cumple la igualdad.

Luego I) es falsa.

En II), se debe cumplir la igualdad $\sqrt{x^2} = |x|$

si $x = 0 \Rightarrow \sqrt{0^2} = 0 = |0|$,

si $x = 1 \Rightarrow \sqrt{1^2} = 1 = |1|$,

si $x = -1 \Rightarrow \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = |-1|$.

Luego, en los tres casos se cumple la igualdad, por lo tanto II) es verdadera.

En III), se debe cumplir la igualdad $\sqrt{x^2} = x$

si $x = -1 \Rightarrow \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 \neq -1$, por lo tanto **no** se cumple la igualdad.

Luego III) es falsa.

Por el análisis anterior se tiene que la opción correcta es B).

Llama la atención que este ítem resultara con una omisión alta, superando el 57% y muy difícil, con sólo el 16,6% de respuestas correctas. Lo más probable es que el ítem involucra un contenido que es desconocido por una gran parte del alumnado o este tipo de problema no se trabaja en el aula.

El distractor más marcado fue C), alcanzando el 10% de adhesión, el error que se comete es anular la raíz cuadrada con el exponente de la potencia y así obtienen III) como verdadera, sin considerar que por definición $\sqrt{x^2} = |x|$.

PREGUNTA 32

Considere la función $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$, con **x** en los números reales. El menor valor que alcanza la función es

A) 5
B) 3
C) 2
D) 0
E) -1

Comentario:

El contenido que se mide en este problema es de Tercero Medio, referido a la función cuadrática, su concavidad y su vértice. Valores máximos y mínimos.

Lo primero es recordar que la función cuadrática corresponde a una parábola de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b y c números reales y $a \neq 0$.

Como en este caso $a > 0$, la concavidad de la parábola es hacia arriba, por lo tanto la función tiene un valor mínimo. Dicho valor mínimo está dado por la ordenada del vértice de la parábola. El vértice de una parábola está dado por $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$, luego el valor de $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ es el valor mínimo.

En la función $f(x) = 2x^2 + 4x + 5$, se tiene que $a = 2$ y $b = 4$, luego reemplazando en $\frac{-b}{2a}$ se tiene que $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = \frac{-4}{4} = -1$

Ahora, para calcular $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ se reemplaza -1 en la función dada en el enunciado. En efecto, $f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 5 = 2 - 4 + 5 = 3$.

Luego el valor mínimo que alcanza la función es 3, por lo tanto la clave es B).

Estadísticamente el ítem resultó muy difícil, sólo un 9% lo contestó correctamente y su omisión fue cercana al 62%, estos resultados se deben seguramente a un bajo dominio del tema o simplemente lo desconocen.

El distractor E) obtuvo un 10,4% de respuestas por parte de los postulantes que abordaron el problema, el error que probablemente se cometió, es considerar el valor de la abscisa como mínimo y no el de la ordenada.

PREGUNTA 33

$\log (a + b)^2 - \log (a + b) =$

A) 2
B) a + b
C) log a + 3 log b
D) log a + log b
E) log (a + b)

Comentario:

El contenido involucrado en este ítem es el de función logarítmica y sus propiedades, tratado en Cuarto año Medio.

El alumno para llegar a la clave puede utilizar dos caminos distintos, pero en ambos casos debe aplicar las propiedades de los logaritmos.

Debe recordar la propiedad del logaritmo de un cuociente, $\log\left(\frac{p}{q}\right) = \log p - \log q$, o bien la propiedad de logaritmo de una potencia, $\log p^n = n \cdot \log p$

Si a la expresión del enunciado se le aplica la propiedad del logaritmo de un cuociente se obtiene

$$\log\,(a+b)^2 - \log\,(a+b) = \log\left[\frac{(a+b)^2}{a+b}\right]$$

Luego, se aplica la simplificación de fracciones algebraicas, contenido de Primer año Medio, obteniéndose como respuesta log (a + b).

Otro modo de resolverlo es, si al minuendo de la expresión que aparece en el enunciado se le aplica el logaritmo de una potencia, se tiene

$$\log\,(a+b)^2 - \log\,(a+b) = 2\cdot\log\,(a+b) - \log\,(a+b) = \log\,(a+b).$$

Por ambos caminos se llega a que la opción correcta es E).

El distractor más fuerte fue A), con un 9,1% de respuestas por parte de quienes abordaron la pregunta, seguramente cometen los siguientes errores:

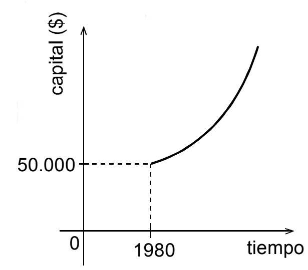
$$\log\,(a+b)^2 - \log\,(a+b) = \log\frac{(a+b)^2}{(a+b)} = 2\cdot\log\frac{(a+b)}{(a+b)} = 2\cdot\log 1 = 2\cdot 1 = 2$$

Aproximadamente un tercio de los postulantes que abordaron el ítem contestaron correctamente, lo que significa que el ítem resultó difícil. La omisión fue alta, cercana al 45%. Estos resultados se deben seguramente a una mala internalización de las propiedades de los logaritmos.

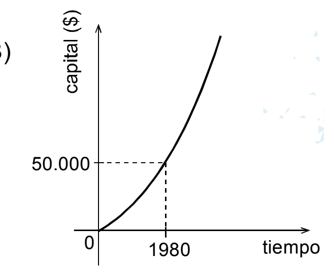
PREGUNTA 34

Un banco reajusta diariamente los montos depositados en libretas de ahorro. Si otorga un interés compuesto anual de un 5% sobre el capital, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor el capital que posee una persona en una cuenta de ahorro, a lo largo del tiempo, si abrió una cuenta con $ 50.000 el año 1980 y no ha efectuado ningún depósito ni retiro?

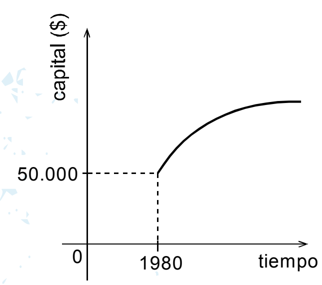
A)



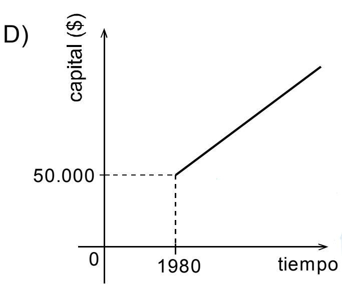
B)



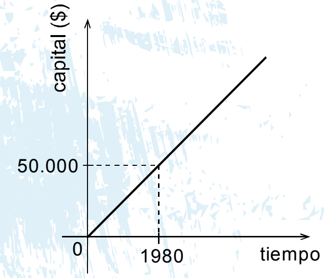
C)



D)



E)



Comentario:

El contenido involucrado en este ítem contextualizado es un tópico de Cuarto año Medio, que tiene relación con problemas que involucren el cálculo de interés compuesto, siendo éste una aplicación de la función exponencial en las matemáticas financieras.

El alumno para llegar a la clave lo primero que debe realizar es una comprensión del enunciado y luego interpretar los datos entregados para así realizar un análisis de los gráficos dados en las opciones.

Ahora bien, como el monto inicial es de $ 50.000 en el año 1980 se descartan las opciones B) y E), ya que abrió una cuenta con la cantidad dada y no con $ 0.

Por otro lado, como el interés compuesto es una función exponencial se descarta la opción D), ya que ésta representa la gráfica de una función lineal.

Y por último, como no se realizan retiros y es una función exponencial, su crecimiento se representa mejor en la gráfica dada en la opción A).

El ítem resultó difícil, con un 21,1% de respuestas correctas y un tercio de la población que lo abordó lo omitió.

Por otro lado, un cuarto de los postulantes que abordaron el ítem optó por el distractor D), el error que seguramente cometen es pensar que el capital final se obtiene a través de una función lineal y no una función exponencial.

PREGUNTA 35

Si $f(x) = 4x^2$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = x^4$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $f(x) \neq g(x)$, para todo número real **x** distinto de cero.
II) $f(x) = h(x)$, para algún número real **x** distinto de cero.
III) $f(x) < g(x) < h(x)$, para todo número real **x** distinto de cero.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

Comentario:

El contenido al que está referido este problema está relacionado con uno de Cuarto año Medio y corresponde a la función potencia: $y = ax^n$, $a > 0$ para $n = 2, 3$ y 4.

El alumno para resolver el problema debe reconocer la función potencia, para luego analizar las afirmaciones I), II) y III).

En I), si se igualan las funciones f y g para encontrar un valor de x donde la igualdad se cumpla, se tiene

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Rightarrow 4x^2 = x^3 \\ &\Rightarrow 4x^2 - x^3 = 0 \\ &\Rightarrow x^2(4 - x) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ o } (4 - x) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4. \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene $f(x) = g(x)$ para $x = 4$ y para $x = 0$.

Luego I) es falsa, ya que se indicaba que en ningún número real distinto de cero se cumplía la igualdad.

En II), si se igualan las funciones f y h para encontrar un valor de x donde la igualdad se cumpla, se tiene

$$\begin{aligned} f(x) = h(x) &\Rightarrow 4x^2 = x^4 \\ &\Rightarrow 4x^2 - x^4 = 0 \\ &\Rightarrow x^2(4 - x^2) = 0 \\ &\Rightarrow x^2(2 - x)(2 + x) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ o } (2 - x) = 0 \text{ o } (2 + x) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 2 \text{ o } x = -2. \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene que $f(x) = h(x)$ para $x = 0$, $x = 2$ y $x = -2$.

Luego II) es verdadera, ya que existen dos números además del cero que cumplen con la igualdad.

En III), se afirma que $f(x) < g(x) < h(x)$, para todo número real distinto de cero, pero ya se encontraron en I) y en II) números tales que sus imágenes en las funciones son iguales, por lo tanto la desigualdad es falsa.

Por los análisis anteriores se tiene que la respuesta correcta es B).

Estadísticamente el problema resultó muy difícil, con un porcentaje de respuestas correctas cercano al 16% y una omisión superior al 60%, estos resultados se deben probablemente a que no es un tipo de ítem que se trabaje en el aula o simplemente a un deficiente dominio del tópico.

El distractor que tuvo mayor preferencia por parte de los alumnos que abordaron el ítem fue D), donde asumen que I) es verdadero, seguramente al igualar las funciones sólo encontraron que el número cero cumplía dicha igualdad y no supieron factorizar para encontrar el otro valor que es 4.

Edición y Producción
DEMRE
Unidad de Publicaciones, Difusión y Comunicaciones
Unidad de Construcción de Pruebas

POSITIVO BALANCE DE ADMISIÓN 2008 EN LA USACH:

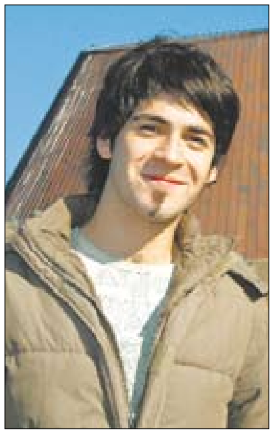
La satisfacción de premiar el esfuerzo y la dedicación

CERCA DE 14 MIL POSTULACIONES RECIBIÓ LA USACH EN EL PROCESO DE ADMISIÓN 2008, TRES DE ELLAS CORRESPONDIERON A PUNTAJES NACIONALES.

En la Universidad de Santiago de Chile hay satisfacción después del exitoso proceso de Admisión 2008: Un importante número de nuevos estudiantes confió en la Usach y la prefirió como opción de universidad, tres puntajes nacionales entre los nuevos alumnos y un total de 3.558 estudiantes nuevos matriculados, con lo que la Usach superó con creces sus expectativas.

"Tuvimos postulaciones reales y efectivas. Las primeras son aquellas en que aparece mencionada la universidad entre las ocho opciones de la tarjeta de postulación. Las efectivas son las que cumplen con los requisitos y quedan seleccionados ya sea como alumnos o en las respectivas listas de espera", explica Jorge Urbina, coordinador general del proceso de Admisión de la Usach, al referirse a las 30 mil postulaciones reales y a las 13 mil 923 efectivas que fueron cursadas en el proceso de Admisión 2008.

Las carreras de mayor preferencia fueron Medicina, con 845 postulaciones para sólo 70 cupos; Ingeniería Industrial, con 543 postulaciones; e, Ingeniería Comercial con 527. También lo fue la carrera de Licenciatura en Historia, de la Facultad de Humanidades, con más de cuatrocientas postulaciones.



Luis Poncell, Puntaje Nacional y estudiante de Medicina.

Exitoso proceso de Admisión 2008 en la Usach.

ALGUNAS CIFRAS DE LA ADMISIÓN 2008:

Puntaje Promedio Usach Admisión 2008: 631puntos
Puntaje Máximo: 805 puntos
Estudiantes Matriculados: 3.558 estudiantes
72% de los estudiantes con Aporte Fiscal Directo
465 estudiantes con Beca de Excelencia Académica

PUNTAJES NACIONALES

Este año se entregó por primera vez la Beca Usach Puntaje Nacional, beneficio que cubre el costo total de la carrera que elige el estudiante y un monto de dos millones de pesos para adquirir materiales y equipamiento para apoyar los estudios.

Gleen Foos, Benjamín Cataldo y Luis Poncell obtuvieron el puntaje máximo en la PSU de Matemática. Gleen y Benjamín optaron por Ingeniería Matemática, mientras que Luis se matriculó en Medicina. Los tres Puntajes Nacionales agradecieron la acogida y confesaron sentirse muy agradados por las muestras de bienvenida que han recibido. Reconocen que no se lo esperaban.

Los estudiantes que ingresaron a la Usach con los mejores puntajes fueron recibidos oficialmente, al igual que los puntajes nacionales, por las autoridades del plantel, en una solemne ceremonia.

El rector Juan Manuel Zolezzi les felicitó por los puntajes obtenidos. "Sus puntajes de ingreso son mérito de ustedes. Merecen ser felicitados por ello, también, hacemos extensivo nuestro reconocimiento al aporte que hicieron sus familias, por orientarlos a estudiar e ingresar a la universidad", señaló.

"UNA UNIVERSIDAD CÁLIDA"

Luis Poncell, mejor puntaje de ingreso a la Facultad de Ciencias Médicas (776,20 puntos), quien además fue puntaje nacional durante el proceso de Admisión 2008, señaló estar muy contento con la universidad y con la carrera que seleccionó: Medicina.

"Se siente una universidad cálida. La gente es muy amable y nos han tratado bien, no sólo a mí sino a todos mis compañeros. Estoy además muy agradecido por todas las oportunidades que me ofrecieron y, claro, por la recepción que nos brindan el rector y las demás autoridades", dijo.

Luis Poncell, oriundo de Concepción, afirma que se vino a la Usach "porque sé que en Medicina es muy buena. Las otras universidades de Santiago, como la Católica y la U. de Chile también tienen prestigio, pero la Usach es más fuerte en la parte social y de becas", expresó.

Así como Luis Poncell, otros nueve jóvenes recibieron esta bienvenida. Se trata de Makarena Perea, de la Facultad de Administración y Economía; Dafne Jara, de la Escuela de Arquitectura; Gonzalo Espinoza, del Programa de Bachillerato en Ciencias y Humanidades; Gleen Foos, de la Facultad de Ciencia; Cristina Leal, de la Facultad de Humanidades; Armando Rojas y Nicolás Mena, de la Facultad de Ingeniería; Egor Montecinos, de la Facultad de Química y Biología; y Valentina Catalán, de la Facultad Tecnológica.

Hoy miles de jovenes se preparan para decidir su futuro profesional. A todos ellos, la Universidad de Santiago de Chile les informará en detalle acerca de todas las alternativas de carreras, sobre becas de estudios y todos los beneficios adicionales que una universidad con más de 150 años de historia, puede ofrecer a la juventud chilena.