

PSU[®]

EL MERCURIO

6 DE SEPTIEMBRE DE 2007

2007

DOCUMENTO OFICIAL

SERIE: DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

Nº 21

RESOLUCIÓN FACSÍMIL

PRUEBA MATEMÁTICA

PARTE IV

EN ESTA PUBLICACIÓN ENCONTRARÁS UN COMPLETO ANÁLISIS DE LAS PREGUNTAS 56 A LA 70 DEL FACSÍMIL DE MATEMÁTICA QUE CIRCULÓ JUNTO A EL MERCURIO EL JUEVES 17 DE MAYO.

APROVECHA ESTA OPORTUNIDAD. DE ESTAS PREGUNTAS, OCHO CORRESPONDEN AL EJE TEMÁTICO DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD, Y EL RESTO A LA SECCIÓN DE SUFICIENCIA DE DATOS, QUE INCLUYE PREGUNTAS DE LOS CUATRO EJES TEMÁTICOS.



Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE



CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

PROCESO DE ADMISIÓN 2008

PSU[®]

Discapacitados

El DEMRE entrega a los postulantes discapacitados un tratamiento especial, para permitirles la participación en el Proceso de Admisión en condiciones justas. Los interesados deben inscribirse a través del proceso normal y presentar una solicitud escrita antes del 31 de octubre de 2007, dirigida a la Dirección del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo (Av. José Pedro Alessandri 685, Ñuñoa, Santiago). La solicitud deberá contener los datos del postulante, motivo de la solicitud y documentación médica que la avale con expresa mención del grado de incapacidad que presenta.

NO VIDENTES

De los discapacitados, los no videntes son los únicos inhabilitados para rendir las pruebas, debido a la imposibilidad de representarles los elementos visuales que aparecen en varias de ellas. Para estos casos, algunas Universidades contemplan programas de admisión especial para acceder a carreras compatibles con su condición.

Solicitamos a las autoridades de los establecimientos educacionales que cuentan con alumnos no videntes, que cursan actualmente IV^º Medio y desean ingresar a la Educación Superior, informen a ellos que pueden solicitar la colaboración del DEMRE para que directamente, o a través de las Secretarías de Admisión, los oriente en sus postulaciones. Para ello, deberán enviar una nota identificatoria, adjuntando los documentos que acrediten los requisitos exigidos.



**UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA
METROPOLITANA**
UTEM *del Estado de Chile*

**OFERTA
ACADÉMICA**
Carreras Ingreso PSU



[Admisión 2008]

Para Carreras Técnicas, Vespertinas,
Planes Especiales, a Distancia,
Capacitación y Posgrado, infórmate en:
www.utem.cl

- Arquitectura
- Bachillerato en Ciencias de la Ingeniería
- Bibliotecología y Documentación
- Cartografía
- Contador Público y Auditor
- Dibujante Proyectista
- Diseño en Comunicación Visual
- Diseño [Industria]
- Ingeniería Civil en Computación Mención Informática
- Ingeniería Civil Industrial Mención Agroindustria
- Ingeniería Civil Industrial Mención Sistema de Gestión
- Ingeniería Comercial
- Ingeniería en Administración Agroindustrial
- Ingeniería en Comercio Internacional
- Ingeniería en Construcción
- Ingeniería en Electrónica
- Ingeniería en Geomensura
- Ingeniería en Gestión Turística
- Ingeniería en Industria Alimentaria
- Ingeniería en Industria de la Madera
- Ingeniería en Informática
- Ingeniería en Mecánica
- Ingeniería en Prevención de Riesgos y Medio Ambiente
- Ingeniería en Química
- Ingeniería en Transporte y Tránsito
- Ingeniería Industrial
- Química Industrial
- Trabajo Social

RESOLUCIÓN FACSIMIL DE MATEMÁTICA

PARTE IV

INTRODUCCIÓN

La presente publicación tiene como propósito analizar las preguntas N° 56 a la N° 70, de las cuales ocho corresponden al eje temático de Estadística y Probabilidad, y el resto a la sección de las preguntas de Suficiencia de Datos, incluidas en el facsímil publicado el 17 de mayo recién pasado.

Los conceptos y propiedades de Estadística y Probabilidad se encuentran periódicamente, en diarios, revistas y otros medios de comunicación, por eso es de gran importancia que los estudiantes dominen los contenidos referidos a este eje temático, para así, poder comprender y opinar respecto a los gráficos y estimaciones de diversos índices, referidos a ámbitos tan diversos, como el de la salud, el financiero, el educativo, el agrícola, etc.

En esta publicación, al igual que en las tres precedentes, se realizará un análisis de las preguntas indicando el grado de dificultad con que resultó cada una, el porcentaje de omisión y la forma de responderla, haciendo énfasis en las capacidades cognitivas necesarias para su correcta resolución.

En relación con las preguntas de Evaluación de Suficiencia de Datos es importante recordar, que antes de responderlas se recomienda a los estudiantes que lean atentamente las instrucciones que aparecen antes de la pregunta N° 64.

**PSU[®]**

¡YA ESTÁ ABIERTO!

PLAZO EXTRAORDINARIO DE INSCRIPCIONES PSU

HASTA EL 12 DE SEPTIEMBRE

Aprovecha esta última oportunidad
para participar en el Proceso de
Admisión 2008.

Sólo a través del sitio web del
DEMRE

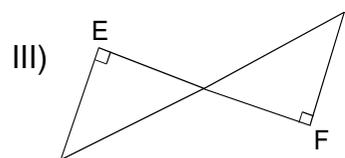
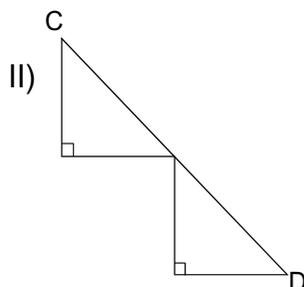
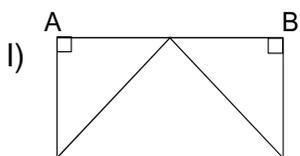
WWW.DEMRE.CL



FE DE ERRATAS

Por un error de transcripción en la pregunta número 40 del facsímil de matemática, publicado este año, se omitió la palabra "isósceles". El enunciado correcto es el siguiente:

40. Sobre los segmentos AB, CD y EF se han construido triángulos rectángulos isósceles congruentes, como se muestra en las figuras que aparecen en I), en II) y en III). ¿Cuál(es) de estas figuras tiene(n) un eje de simetría?



- A) Sólo I y II
 B) Sólo I y III
 C) Sólo II y III
 D) I, II y III
 E) Ninguna de ellas.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE PROBABILIDAD

Las preguntas desde la N° 56 a la N° 58 apuntan al contenido de segundo año de Enseñanza Media, referido a la probabilidad como la razón entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, esto es, en experimentos con resultados llamados "equiprobables".

56. De una caja que contiene 7 fichas blancas, 4 azules y 3 rojas, todas de igual peso y tamaño, se extrae una ficha al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esa ficha **no** sea azul?

- A) $\frac{4}{14}$
 B) $\frac{10}{14}$
 C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{1}{10}$
 E) $\frac{2}{3}$

Comentario:

Para responder correctamente, el alumno debe reconocer cuáles son los resultados favorables del total de resultados que son posibles, al extraer una ficha de la caja.

Como hay 7 fichas blancas, 4 azules y 3 rojas, el total de resultados posibles, es extraer una cualquiera de esas 14 fichas. Además, las fichas que no son azules son 10, número que corresponde a los casos favorables.

Luego la probabilidad de extraer una ficha que no sea azul está dada por la razón $\frac{10}{14}$, la que se encuentra en la opción B).

La estadística de este problema nos indica que resultó fácil, con un 73,6% de respuestas correctas, pero llama la atención que a pesar de resultar un ítem fácil, en donde el alumno sólo debe reconocer los datos entregados en el enunciado y reemplazarlos en la definición de probabilidad, su omisión fue bastante alta, alcanzando un 12,2%.

El distractor más marcado por parte de los postulantes fue A) con un 8,3%, lo que el alumno realiza para llegar a esta respuesta es calcular la probabilidad de sacar una ficha de color azul, lo contrario a lo pedido.

57. En una habitación se encuentran 20 personas adultas y 12 adolescentes. De los adultos 14 son mujeres y de los adolescentes 4 son hombres. Si se escoge una persona al azar, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La probabilidad de que esta persona sea un adulto es $\frac{5}{8}$.
 II) La probabilidad de que esta persona sea un hombre es $\frac{5}{16}$.
 III) La probabilidad de que esta persona sea una adolescente es $\frac{2}{3}$.

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo I y II
 D) Sólo I y III
 E) I, II y III

Comentario:

El postulante en este ítem debe comprender la información dada en el enunciado para así poder aplicarla de acuerdo a lo afirmado en I), II) y III).

Con los datos entregados en el enunciado se puede concluir que: si son 20 personas adultas y 12 adolescentes, entonces en total hay 32 personas.

Por otra parte, como hay 14 mujeres adultas y son 20 adultos en total, entonces hay 6 hombres adultos. Y como hay 12 adolescentes en total y 4 son hombres, entonces 8 son mujeres adolescentes.

Así, en I) la probabilidad de ser elegido un adulto es $\frac{20}{32}$ simplificando por 4 la razón, tenemos $\frac{5}{8}$, lo que nos lleva a concluir que I) es verdadera.

Para ver la falsedad o veracidad de II), tenemos que hay 6 hombres adultos y 4 hombres adolescentes, entonces la probabilidad de que la persona elegida sea hombre es $\frac{10}{32}$, que es igual a $\frac{5}{16}$, luego II) también es verdadera.

En III), la probabilidad de que la persona elegida sea **una** adolescente es $\frac{8}{32}$, que simplificado por 8, es igual a $\frac{1}{4}$, por lo tanto III) es falsa. Por el análisis anterior, se concluye que la clave es C).

Esta pregunta resultó de mediana dificultad, con un 48,2% de respuestas correctas, y su omisión fue cercana al 28%.

El distractor con mayor porcentaje de adhesión fue A), con un 6,7%. Lo que pudo haber ocurrido para que optaran por este distractor es que los alumnos no fueron capaces de comprender y deducir del enunciado los otros valores que él entrega, y que son necesarios para determinar la veracidad de II).

58. La tabla muestra 3 niveles de un colegio, con el total de alumnos por nivel y el número de aquéllos que tienen ojos negros. ¿En qué nivel(es) es mayor la probabilidad de que al elegir una persona al azar, ésta tenga ojos negros?

- A) En 7^{mo} E. B.
- B) En 8^{vo} E. B.
- C) En 3^{ero} E. M.
- D) En 7^{mo} E. B. y en 8^{vo} E. B.
- E) En 8^{vo} E. B. y en 3^{ero} E. M.

Curso	Total alumnos	Total de alumnos con ojos negros
7 ^{mo} E. B.	80	50
8 ^{vo} E. B.	60	40
3 ^{ero} E. M.	30	20

Comentario:

Para responder el problema el alumno debe tener la capacidad de comprender e interpretar los datos de la tabla adjunta, para luego calcular la probabilidad de elegir una persona de ojos negros en cada uno de los niveles, y por último comparar los resultados.

Así, las probabilidades de elegir una persona que tenga los ojos negros en cada nivel son las siguientes:

En 7^{mo} E. B. la probabilidad es $\frac{50}{80} = \frac{5}{8}$

En 8^{vo} E. B. la probabilidad es $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

En 3^{ero} E. M. la probabilidad es $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Luego al comparar los resultados podemos concluir que la probabilidad en 8^{vo} E. B. y en 3^{ero} E. M. son la misma, y además, es la mayor, por lo tanto la respuesta correcta se encuentra en E).

Estadísticamente este ítem resultó mediano, con un 48,7% de respuestas correctas, y su omisión fue baja llegando al 7%.

El distractor más elegido por parte de los postulantes que abordaron el problema fue C), con un 27,5%. Al parecer el alumno sólo analizó la tabla y llegó a la conclusión que en 3^{ro} la diferencia entre el número de alumnos de ojos negros y el total de alumnos del nivel es la menor de los tres niveles, por lo tanto en este nivel está la mayor probabilidad del suceso.

PSU®

¡ATENCIÓN!



CAMBIOS

- ★ SEDES DE RENDICIÓN ★
- ★ PRUEBAS ELECTIVAS ★
- ★ DATOS PERSONALES ★

HASTA EL 19 DE OCTUBRE

Las personas que por algún motivo deseen modificar sus pruebas electivas, sedes y/o datos personales ingresadas en la inscripción para las PSU, tienen plazo hasta el miércoles 19 de octubre.

Después de esta fecha, no será posible realizar cambios.

PRUEBAS ELECTIVAS Y SEDE DE RENDICIÓN

★Dónde:

A través del Portal del Postulante del sitio web del DEMRE.

★Qué:

- **Prueba Electiva:** Puede cambiar o agregar la prueba electiva a rendir, ya sea de Historia y Ciencias Sociales y/o Ciencias.

También es posible modificar el módulo de la prueba electiva de Ciencias a rendir. Es decir, se puede cambiar el módulo originalmente elegido por alguna de las otras opciones: Biología, Química o Física.

- **Sede de Rendición:** El inscrito puede cambiar a cualquier sede del país donde desea rendir las PSU, sin importar la ubicación geográfica de ésta.

IMPORTANTE

Una vez efectuado el cambio en el Portal del Postulante, debe imprimir obligatoriamente una nueva "TARJETA DE IDENTIFICACION", con la cual se presentará a rendir sus pruebas.

DATOS PERSONALES O NÚMERO DE CÉDULA DE IDENTIDAD

★Dónde:

Dirigirse a la Secretaría de Admisión correspondiente.

★Qué:

- **Cambio Nombre y/o Apellidos -sin alterar número de cédula-** El interesado debe concurrir personalmente hasta la Secretaría de Admisión más cercana, portando fotocopia de su cédula de identidad o certificado de nacimiento.
- **Cambio de Número de Cédula de Identidad:** Debe acercarse a la Secretaría de Admisión portando la resolución judicial que autoriza el cambio.

Para consultar el listado de Secretarías de Admisión, visitar sitio web del DEMRE:

WWW.DEMRE.CL

59. La tabla adjunta muestra la distribución teórica de frecuencias de la suma de puntos que resultarían al lanzar dos dados normales simultáneamente. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La probabilidad de obtener una suma igual o mayor que 9 es la misma probabilidad de obtener una suma igual o menor que 5.
- II) La probabilidad de obtener sumas impares es mayor que la probabilidad de obtener sumas pares.
- III) La probabilidad de obtener como suma de sus puntos un 7 es $\frac{1}{6}$.

- A) Sólo III
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

Suma de puntos	Frecuencias
2	1
3	2
4	3
5	4
6	5
7	6
8	5
9	4
10	3
11	2
12	1

Comentario:

El contenido que el alumno debe aplicar en este problema es de segundo año medio y está referido a la relación entre la probabilidad y la frecuencia relativa.

El alumno debe tener la capacidad de comprender, inferir, relacionar y analizar los datos que se muestran en la tabla para poder encontrar el valor de verdad de las afirmaciones del problema.

Para encontrar el total de casos posibles se debe sumar las frecuencias, dando como resultado 36.

Luego en I), para determinar la probabilidad de obtener una suma mayor o igual a 9, sumamos las frecuencias del 9 hasta 12, obteniendo un total de 10, así la probabilidad es $\frac{10}{36}$. Ahora para

calcular la probabilidad de obtener una suma igual o menor a 5, se tiene que la suma de las frecuencias del 2 hasta 5 es 10, luego la probabilidad es $\frac{10}{36}$, que es igual a la probabilidad calculada anteriormente, por lo tanto I) es verdadera.

Para II), el número de casos para que la suma de puntos sea impar es 18, y para el caso de que la suma de puntos sea par también es

18, por lo tanto la probabilidad de que la suma de puntos sea impar es la misma que la probabilidad de que la suma sea par, ambas son iguales a $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$. Por lo tanto II) es falsa.

Otra manera de analizar I) y II), es que dado la equiprobabilidad de los resultados, bastaba con comparar las frecuencias de los eventos, para determinar la veracidad de estas afirmaciones.

Para III) observamos que la frecuencia de que la suma sea 7 es 6, por lo tanto la probabilidad de este evento es $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Por lo que III) es verdadera.

Luego, como I) y III) son verdaderas, la opción correcta es C).

Estadísticamente el ejercicio resultó mediano, cerca del 40% de los postulantes que lo abordaron lo contestaron correctamente. Llama la atención que a pesar de ser un problema de recurrencia en la sala de clases obtuviera una alta omisión, llegando al 35,4%.

El distractor con la mayor preferencia por parte del alumnado que abordó el problema fue B). Ellos no supieron determinar las probabilidades que aparecen en II) y en III).

60. El cuadro muestra la venta de dos tipos de vehículos en un negocio durante el mes de Junio, separados por color. ¿Cuál es la probabilidad de que si se elige un vehículo al azar, éste sea o bien una camioneta de cualquier color o bien cualquier vehículo de color blanco?

- A) $\frac{24}{29}$
- B) $\frac{6}{14}$
- C) $\frac{6}{16}$
- D) $\frac{6}{29}$
- E) Ninguna de las probabilidades anteriores.

	Blanco	Rojo	Total
Auto	8	5	13
Camioneta	6	10	16
	14	15	29

Comentario:

El contenido que involucra este problema se encuentra en tercero medio, referido a la resolución de problemas sencillos que involucren suma o producto de probabilidades.

El alumno para resolver el problema debe tener la capacidad de comprender e inferir de la tabla los elementos que le sirven para encontrar la probabilidad pedida.

Así, de la tabla se tiene que la cantidad total de vehículos vendidos por el negocio fue 29.

Para determinar la probabilidad de elegir un vehículo del total que cumpla con ser una camioneta, o cualquier vehículo de color blanco, sucesos que no son excluyentes, se debe calcular la probabilidad de que el vehículo elegido sea una camioneta, más la probabilidad de que el vehículo elegido sea de color blanco, menos la probabilidad de que el vehículo elegido sea una camioneta de color blanco.

En efecto, como de la tabla se tiene que existen en total 16 camionetas, 14 vehículos blancos y 6 camionetas blancas, la probabilidad pedida es

$$\frac{16}{29} + \frac{14}{29} - \frac{6}{29} = \frac{16+14-6}{29} = \frac{24}{29},$$

resultado que se encuentra en la opción A).

Si se analiza la estadística de este ítem, se infiere que resultó difícil, ya que sólo un 18% de los estudiantes lo contestó correctamente. Su omisión fue de un 32,3%, seguramente el alumno no está habituado a trabajar con suma de probabilidades, o simplemente desconoce este tipo de problemas.

El distractor con mayor preferencia por parte de los alumnos fue E), lo más probable es que no supieron interpretar en forma correcta los datos de la tabla llegando a otro valor, o bien, no saben como aplicar el contenido involucrado en el ítem.

COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ESTADÍSTICA

Las preguntas desde la N° 61 a la N° 63 apuntan al área temática de Estadística que es tratada en cuarto año de Enseñanza Media, donde los alumnos deben ser capaces de interpretar datos estadísticos provenientes de diversos contextos, y aplicar el uso de ciertos descriptores, en particular, las medidas de tendencia central.

Es de gran importancia que los estudiantes que egresan de la Educación Media manejen los contenidos referentes a esta área, puesto que éstos serán de gran utilidad para entender lo que se lee en los periódicos y revistas.

61. Las notas de Pablo en Biología son 6,3 ; 3,8 ; 6,7 y 6,7. Si todas las notas tienen la misma ponderación, ¿qué nota debe obtener Pablo en su quinta prueba para que su promedio final sea un 6,0?

- A) 7,0
- B) 6,5
- C) 6,3
- D) 6,0
- E) 5,9

Comentario:

El postulante debe recordar como se calcula el promedio de una lista de datos, para luego traducir dichos datos a un lenguaje matemático obteniendo una ecuación de primer grado sencilla con una incógnita, contenido que se encuentra en primer año medio.

Así, como son cuatro las notas dadas y se debe calcular la quinta nota, donde todas las notas tienen la misma ponderación, hay que plantear la siguiente ecuación:

$$\frac{6,3 + 3,8 + 6,7 + 6,7 + x}{5} = 6,0, \text{ donde } x \text{ es la quinta nota,}$$

al reducir términos en el numerador, se obtiene $\frac{23,5 + x}{5} = 6,0$

luego, al multiplicar por el inverso multiplicativo de $\frac{1}{5}$, se llega a

$$\begin{aligned} 23,5 + x &= 6,0 \cdot 5 \\ 23,5 + x &= 30, \end{aligned}$$

por último, al sumar el inverso aditivo de 23,5 a ambos lados de la igualdad, se tiene que $x = 6,5$, que corresponde a la opción B).

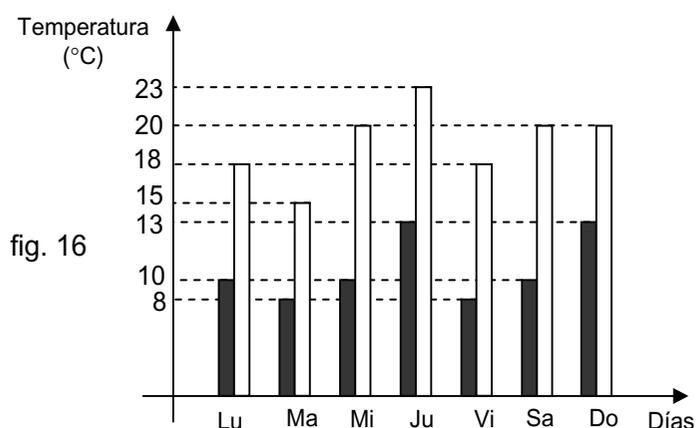
Estadísticamente este ítem resultó muy fácil, con un 74,2% de respuestas correctas y una omisión de sólo un 4,1%, lo que nos indicaría que este tipo de problemas donde se debe calcular la media aritmética (o promedio) de un conjunto de datos, resulta muy familiar para el alumno.

Los cuatro distractores fueron marcados de manera similar por parte de los alumnos que abordaron el problema.

62. Las temperaturas máximas y mínimas, durante una semana, están representadas en el gráfico de la figura 16. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) El promedio de las temperaturas máximas diarias, durante la semana, fue de aproximadamente 19 °C.
- II) El promedio de las temperaturas mínimas diarias, durante la semana, fue de 12 °C.
- III) La mayor diferencia diaria fue de 10 °C.

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III



Comentario:

El alumno debe interpretar los datos que entrega el gráfico del problema, para así poder determinar la veracidad de las afirmaciones dadas.

Para I), se deben tomar las temperaturas máximas de todos los días y luego calcular su promedio, esto es:

$$\frac{18 + 15 + 20 + 23 + 18 + 20 + 20}{7} = \frac{134}{7} \approx 19 \text{ °C, luego I) es verdadera.}$$

Para determinar la verdad o falsedad de II), se procede igual que en I), calculando el promedio de las temperaturas mínimas de todos los días, así se tiene:

$$\frac{10 + 8 + 10 + 13 + 10 + 8 + 13}{7} = \frac{72}{7} \approx 10 \text{ °C, lo que indica que II) es falsa.}$$

Y por último, para analizar III), se calcula la diferencia entre la temperatura máxima y mínima de cada día, obteniéndose que esta diferencia el

lunes fue de 8 °C, el martes y el domingo fue de 7 °C, el miércoles, el jueves, el viernes y el sábado fue de 10 °C.

Luego, la diferencia mayor entre la temperatura máxima y mínima fue de 10 °C, por lo tanto III) es verdadera.

Como I) y III) son verdaderas la opción correcta es D).

Este ítem resultó de dificultad mediana, con un 40% de respuestas correctas, y tuvo una omisión del 19,8%.

El distractor más marcado por los postulantes fue B), sólo III), seguramente no supieron interpretar el gráfico, y en consecuencia no supieron calcular los promedios pedidos en I) y en II). Es posible que los días en que se repitieron las temperaturas, éstas se consideraron una sola vez al hacer el cálculo de los promedios.

63. Dados los siguientes datos: $a - 3d$, $a - 2d$, $a - d$, a , $a + d$, $a + 2d$, $a + 3d$, con $d > 0$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La moda es $a + 3d$.
- II) La media aritmética (o promedio) es a .
- III) La mediana es a .

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

Comentario:

El alumno en este problema debe recordar los conceptos de las medidas de tendencia central de Moda, Media Aritmética y Mediana. Además, debe aplicar operatoria básica del Álgebra, contenido que se encuentra en primer año medio.

Así, la MODA es el valor con mayor frecuencia, la MEDIA ARITMÉTICA es el promedio de los valores de una lista de datos, y por último la MEDIANA es el término central de una lista de valores ordenados de manera creciente o decreciente.

Entonces, si observamos los datos que nos entrega el enunciado, podemos ver que cada uno de ellos se encuentra una sola vez, por lo tanto no existe una moda (es amodal), por lo que I) es falsa.

Por otro lado, para calcular el promedio debemos sumar todos los datos que nos entrega el enunciado y luego dividir esta suma por la cantidad de términos del listado, es decir,

$$\frac{(a - 3d) + (a - 2d) + (a - d) + a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)}{7}$$

luego, eliminando paréntesis y reduciendo los términos semejantes, se obtiene que la Media Aritmética es

$$\frac{7a}{7} = a, \text{ por lo tanto II) es verdadera.}$$

Para determinar la veracidad de III), debemos encontrar el término central de la lista de datos, como en este caso ellos ya están ordenados de menor a mayor, pues $d > 0$, podemos observar que el término central es el que se encuentra en el cuarto lugar, que corresponde a **a**, ya que son siete los datos, lo que indica que III) es verdadera.

Luego, como I) y III) son verdaderas la clave se encuentra en la opción D).

Este ítem resultó mediano, con un 43,3% de respuestas correctas y su omisión fue alta, alcanzando el 32%, esto se debe seguramente a un desconocimiento de los conceptos de medida de tendencia central, o a una mala internalización de ellos.

Los alumnos que contestaron erróneamente el ítem marcaron como clave el distractor C), con un 10,3% de las preferencias, seguramente el postulante no está acostumbrado a trabajar este contenido con datos literales.

COMENTARIOS A LAS PREGUNTAS DE EVALUACIÓN DE SUFICIENCIA DE DATOS

Instrucciones para las preguntas N° 64 a la N° 70.

Para las preguntas siguientes no se pide que el estudiante dé la solución al problema, sino que decida si los datos proporcionados en el enunciado del problema más los indicados en las afirmaciones (1) y (2) son suficientes para llegar a esa solución.

Los alumnos deberán marcar la letra:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para responder a la pregunta, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para responder a la pregunta, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para responder a la pregunta,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para responder a la pregunta y se requiere información adicional para llegar a la solución.

Estas preguntas apuntan a medir especialmente el desarrollo de la habilidad cognitiva de Análisis, proceso intelectual de nivel superior.

64. De acuerdo a los datos de la tabla adjunta, se puede determinar el valor de **a** si:

- (1) X e Y son inversamente proporcionales.
- (2) T e Y son directamente proporcionales.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

T	X	Y
5	354	432
10	a	b

Comentario:

El contenido al que apunta este ítem es del área temática de Proporcionalidad, de primer año medio, correspondiente a “variables directa e inversamente proporcionales”.

Para resolverlo deben recordar que dos variables son directamente proporcionales si su cociente es constante, y son inversamente proporcionales si su producto es constante.

En la afirmación (1) se tiene que X e Y son inversamente proporcionales, luego $X \cdot Y = \text{constante}$, reemplazando estas variables por los datos de la tabla en la igualdad, queda $354 \cdot 432 = a \cdot b$, de donde no se puede determinar el valor de **a**, ya que no se conoce **b**, de este análisis se concluye que (1) por sí sola no da respuesta al problema.

Por otro lado, en la afirmación (2) se tiene que T e Y son directamente proporcionales, es decir $\frac{T}{Y} = \text{constante}$. Si en esta igualdad se reemplazan las variables por los datos de la tabla se tiene que $\frac{5}{432} = \frac{10}{b}$, de

donde se obtiene el valor de **b** y no el de **a**, por lo tanto con la afirmación (2) tampoco se encuentra el valor de **a**.

Ahora, si se juntan ambas afirmaciones (1) y (2) se puede resolver el problema. En efecto, con (2) se tiene el valor de **b**, y si éste se reemplaza en la relación establecida en (1) se obtiene el valor de **a**.

Luego, la opción correcta es C).

Estadísticamente, esta pregunta resultó difícil, pues el 23,4% de los estudiantes la contestó correctamente y el 37,7% la omitió.

El distractor D) fue el más marcado por los alumnos que erraron la respuesta, con un 18,4% de adhesión. Seguramente el error que cometen es pensar que con los datos de la tabla, más la relación que se establecía en (1) ó en (2), se podía resolver el ítem.

65. La expresión $\frac{a^{b+5}}{a^{b+8}}$ toma **siempre** un valor positivo si:

- (1) **a** es un número positivo.
(2) **a** es un número par.

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Comentario:

Esta pregunta está relacionada con el contenido del área temática de Álgebra, de segundo año medio, referida a las propiedades de las potencias.

Para resolver el problema el alumno debe recordar y aplicar las propiedades de potencias, así para que la expresión fraccionaria $\frac{a^{b+5}}{a^{b+8}}$ tome siempre un valor positivo, se debe cumplir que el numerador y el denominador deben ser ambos positivos, o ambos negativos.

Aplicando la propiedad de división de potencias de igual base a la expresión $\frac{a^{b+5}}{a^{b+8}}$, resulta a^{-3} , que es lo mismo que $\frac{1}{a^3}$.

En (1) se afirma que **a** es un número positivo, por lo tanto la potencia del denominador siempre es positiva, luego la fracción siempre es positiva.

En (2) se afirma que **a** es par, por lo tanto a^3 puede ser negativo o positivo, por lo que no podemos decir que $\frac{1}{a^3}$ es positiva.

Luego, como sólo con (1) se puede concluir que $\frac{a^{b+5}}{a^{b+8}}$ es siempre positiva, la opción correcta es A).

El ítem lo contestó correctamente el 36% de los estudiantes que lo abordaron, por lo que se considera difícil. La omisión alcanzó al 26,1%.

El distractor más marcado fue D), con un 18,4%. Lo más probable es que los alumnos consideraron que los números pares son sólo los números positivos y no los números negativos.

66. Sean **m** y **p** números enteros positivos, se puede determinar exactamente el valor de ellos si:

- (1) $\frac{m}{p} = \frac{11}{19}$
(2) $(m + p)^2 = 22.500$

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Comentario:

Este ítem apunta al contenido del área temática de Funciones que corresponde a la resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, que se encuentra en segundo año medio.

Con la relación que se encuentra en (1), no se pueden determinar los valores de **m** y **p**, pues se tiene una ecuación lineal con dos incógnitas. Con la relación planteada en (2), ocurre exactamente lo mismo que en (1), por lo tanto no se pueden determinar los valores pedidos.

Ahora, si se juntan las ecuaciones planteadas en (1) y en (2) se forma un sistema de ecuaciones que se puede resolver, por ejemplo, por el método de sustitución, así reemplazando $m = \frac{11p}{19}$ en

$(m + p)^2 = 22.500$ para encontrar el valor de **p**, y luego reemplazando este valor en cualquiera de las dos ecuaciones se obtiene el valor de **m**.

También, el alumno puede resolver el ítem componiendo la proporción planteada en (1), resultando $\frac{m+p}{p} = \frac{30}{19}$, donde se reemplaza $m + p$

por $\sqrt{22.500}$ que se obtiene de (2), lo que permite obtener los valores de **p** y **m**.

Por lo anterior, se tiene que la clave es C).

El ítem resultó difícil, ya que lo contestó correctamente el 36,9% de los estudiantes y lo omitió el 32,5%.

El distractor A) fue el más marcado, con un 11,6%. Los estudiantes seguramente llegaron a la conclusión que sólo con la primera relación se podía encontrar los valores de **m** y **p**, ya que como $\frac{m}{p} = \frac{11}{19}$, entonces $m = 11$ y $p = 19$.

67. La base de un triángulo es el doble de su altura, se puede determinar **siempre** el valor numérico de la altura si:

- (1) Se conoce el área del triángulo.
 (2) Se conoce el perímetro del triángulo.

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

Comentario:

El contenido involucrado en este ítem es del eje temático de geometría, relacionado con la resolución de problemas relativos a polígonos, de primer año medio.

El estudiante debe recordar cómo se calcula el área y el perímetro de un triángulo, contenidos que se encuentran en Enseñanza Básica.

Considerando que si **b** es la base de un triángulo y **h** es su altura respectiva, del enunciado del ítem se tiene que $b = 2h$.

En la condición (1) se conoce el área del triángulo, es decir $\frac{b \cdot h}{2}$ es conocido. Si en esta expresión se reemplaza **b** por **2h**, queda una ecuación simple, donde se puede determinar el valor de la altura del triángulo.

En la condición (2) se conoce el perímetro del triángulo, es decir, la suma de sus lados es conocida. En efecto, si **a**, **b** y **c** son los lados del triángulo y la base es igual a **b**, se tiene que $a + b + c$ es el perímetro conocido del triángulo, y por lo tanto, se tienen dos ecuaciones con cuatro incógnitas, estas ecuaciones son: $a + b + c = \text{valor conocido}$ y $b = 2h$, de donde es imposible determinar el valor de **h**, pues no se conoce el valor de **a**, **b** y **c**.

Como sólo se puede resolver el problema con (1), se tiene que la opción correcta es A).

El distractor más marcado fue D), con un 24,5% de adhesión. Es posible que los estudiantes pensaran que el triángulo es equilátero (caso

particular), por lo tanto podrían determinar la altura, situación que no era mencionada en ninguna parte.

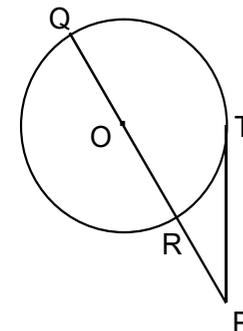
El ítem resultó estadísticamente difícil, ya que el 38,5% de los alumnos que lo abordaron lo contestó correctamente y el 15,7% de ellos lo omitió.

68. En la figura 17, \overline{PT} es tangente en **T** a la circunferencia de centro **O**. \overline{PQ} pasa por el centro de la circunferencia y la interseca en **R** y en **Q**, respectivamente. Se puede calcular el valor del radio si:

- (1) Se conoce la medida de \overline{PT} .
 (2) Se conoce la medida de \overline{RP} .

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

fig. 17



Comentario:

Geometría es el eje temático al que pertenece este ítem, y está relacionado con el contenido de segundo año medio sobre las relaciones de proporcionalidad para cuerdas, secantes y tangentes en la circunferencia.

El postulante debe recordar que si \overline{PT} es una tangente a la circunferencia y \overline{PQ} es una secante a ella, se tiene que \overline{PT} es media proporcional geométrica entre \overline{PQ} y \overline{PR} , es decir, $PT^2 = PR \cdot PQ$.

Además, como $PQ = PR + RQ$ y \overline{RQ} está formado por dos radios (**r**), es decir $RQ = 2r$, se tiene que $PT^2 = RP \cdot (RP + 2r)$, lo que implica que para conocer la medida del radio de la circunferencia se debe conocer la medida de los segmentos **PT** y **RP**, es decir, para responder el ítem se necesitan las condiciones dadas en (1) y en (2).

En conclusión, la opción correcta es C).

La pregunta resultó de mediana dificultad, pues la contestó correctamente el 44,8% de los estudiantes y la omitió el 26,9%.

El distractor E) fue el más seleccionado por los alumnos (12%), quizás porque no conocían la relación existente entre los segmentos que se forman al trazar una tangente y una secante a una circunferencia desde un mismo punto, o bien, no fueron capaces de relacionar el radio con los segmentos que esta relación establecía.

69. Se tienen los números 3, 7, 9, 5 y x . Se puede determinar el valor de x si:
- (1) El promedio de los números es 8.
(2) La mediana de los números es 7.
- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Comentario:

El alumno para resolver este ítem debe conocer las medidas de tendencia central, contenido perteneciente al área temática de Estadística, que es estudiado en cuarto año de la Enseñanza Media.

En la afirmación (1) se tiene que el promedio de los datos es 8, es decir, $\frac{3+7+9+5+x}{5} = 8$, estableciéndose una ecuación simple de primer grado, donde se puede encontrar el valor de x , por lo tanto con (1) se puede resolver el problema.

En la afirmación (2) se señala que la mediana de los datos es 7, la cual se puede determinar sólo si los datos están ordenados en forma creciente o decreciente.

Al ordenar los datos del enunciado se tiene 3, 5, 7 y 9. Ahora, para que la mediana sea 7, el dato x se puede ubicar en las siguientes posiciones:

- 3, 5, x , 7, 9 , si $x = 7$
3, 5, 7, x , 9 , si $7 \leq x \leq 9$
3, 5, 7, 9, x , si $x \geq 9$

luego, con esta afirmación no se puede determinar un valor único para x .

Por lo tanto, la opción correcta es A).

El distractor D) fue marcado por el 14,2% de los estudiantes que abordaron la pregunta, ellos seguramente deducen que con la mediana si

podían encontrar el valor de x , y no analizaron que x podía tomar distintos valores, dependiendo de la ubicación en la lista de datos.

Difícil resultó el ítem, marcándolo correctamente el 36,7% de los estudiantes, y omitiéndolo el 27,5% de ellos.

70. Se puede determinar el valor numérico de $\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x - y}$, con $x \neq y$, si se sabe que:
- (1) $x + y = 5$
(2) $x - y = 3$
- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

Comentario:

Esta pregunta se relaciona con un contenido del área temática de Álgebra de segundo año medio: "simplificación de fracciones algebraicas", donde se requiere aplicar la factorización de un trinomio cuadrado perfecto en el numerador.

Lo más práctico para determinar el valor numérico de la expresión $\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x - y}$ es simplificarla al máximo y luego analizar si con los datos dados en (1) o en (2), se puede resolver el problema.

Para esto se ordena, se factoriza y luego se simplifica, es decir $\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x - y} = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = \frac{(x - y)^2}{x - y} = x - y$

Luego, como en (2) se dice que $x - y = 3$, se tiene que el valor de la expresión es 3, y por lo tanto el problema queda resuelto.

Con la relación dada en (1), que dice que $x + y = 5$, no se puede obtener el valor de la expresión dada en el enunciado, sólo se puede despejar una de las variables y reemplazarla en la expresión del enunciado, pero sólo se llegará a una expresión que dependerá de x o de y .

En efecto, si $x = 5 - y$, entonces $x - y = 5 - y - y = 5 - 2y$, luego con (1) no se resuelve el problema.

Al ser sólo (2) la afirmación que permite determinar el valor numérico de la expresión dada en el enunciado, se tiene que la opción correcta es B).

Esta opción fue marcada por el 25,4% de los alumnos que la abordaron y por lo tanto, el ítem es considerado difícil. Además, la omisión llegó al 23,2%.

El distractor C) fue marcado por el 32,7%, porcentaje mayor al de la clave. Esto se debió seguramente a que los alumnos juntaron las

ecuaciones que aparecen en (1) y en (2) formando un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, de donde se puede determinar el valor de x e y , para luego reemplazarlos en la expresión dada en el enunciado, y así encontrar su valor, pero no se dieron cuenta que con sólo (2) se podía resolver el ítem.

PSU[®]

ELEMENTOS PERMITIDOS PARA LA PSU

Para la aplicación de las Pruebas de Selección Universitaria solamente está permitido el acceso a los locales de aplicación portando:

- Cédula de identidad (o pasaporte).
- Lápiz grafito N° 2.
- Tarjeta de Identificación.
- Goma de borrar.



POR LO TANTO, ESTÁ PROHIBIDO el ingreso de los siguientes elementos:

- Bolsos y mochilas.
- Dispositivos electrónicos: Calculadoras, PDA, Celulares, Mp3, etc.
- Cámaras fotográficas.

Ciencia o Historia no son los únicos campos donde te puedes destacar.



**EXÍGELO
TODOS LOS
JUEVES**

**Deporte Escolar de El Mercurio.
Porque para ser grande
hay que empezar desde chico.**

Semana a semana los mejores reportajes de tus hazañas deportivas
y la de tus compañeros.

Todos los campeonatos, las mejores jugadas, los goles, records y fotos
con una cobertura como sólo El Mercurio te la puede dar.

No te pierdas el suplemento más completo y entretenido.

Deporte Escolar Multimedia: Entra a www.deportescolar.emol.com
y encuentra tus fotos y la de tus amigos en todas las competencias escolares.

EL MERCURIO
**deporte
escolar**



EL MERCURIO



- Jueves 13 de septiembre:** Publicación Universidades del H. Consejo de Rectores: Zona Norte.
- Jueves 20 de septiembre:** Publicación Universidades del H. Consejo de Rectores: Zona Sur.
- Jueves 27 de septiembre:** Publicación Universidades del H. Consejo de Rectores: Zona Central.
- Jueves 4 de octubre:** Resolución Facsímil Prueba Historia y Ciencias Sociales. Parte IV.

PREPARA LA PSU® EN TU CASA, CON LOS QUE HACEN LA PSU®.

Exige todos los jueves en **El Mercurio** las únicas publicaciones y facsímiles oficiales de la PSU® de este año, desarrolladas por la Universidad de Chile.

Toda la información que necesitas para el proceso de admisión 2008 está en **El Mercurio**.



EL MERCURIO