

PSU[®]

EL MERCURIO

JUEVES 12 DE JULIO DE 2007

2007

SERIE: DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

Nº 13

DOCUMENTO OFICIAL

RESOLUCIÓN FACSÍMIL PRUEBA MATEMÁTICA

PARTE II

HOY PUEDES ENCONTRAR EN ESTA PUBLICACIÓN
LOS COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS
19 A 36, QUE ESTÁN REFERIDAS AL EJE
TEMÁTICO DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES.

EN EL ANÁLISIS DE LOS ÍTEMES DE ESTE
FACSÍMIL SE DETALLA EL CONTENIDO
INVOLUCRADO Y EL NIVEL EN QUE SE
TRABAJA. SE EXPLICAN TAMBIÉN LOS
CONTENIDOS PRERREQUISITOS, LAS
OPERACIONES REALIZADAS, EL GRADO DE
DIFICULTAD, EL PORCENTAJE DE OMISIÓN Y
LOS ERRORES MÁS COMUNES QUE LLEVAN AL
POSTULANTE A MARCAR LOS DISTRACTORES.



Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE



CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

PROCESO DE ADMISIÓN 2008

PSU[®]

¡¡ATENCIÓN!!

ÚLTIMOS DÍAS

**INSCRIPCIÓN PSU
PROCESO DE ADMISIÓN 2008
FINALIZA EL VIERNES 20 DE JULIO,
23:59 HRS.**

**SOLAMENTE A TRAVÉS DEL
SITIO WEB WWW.DEMRE.CL**

**En el mismo portal puedes revisar las
instrucciones para efectuar
correctamente tu inscripción.**

**CONSULTAS:
MESA AYUDA DEMRE
TELÉFONO (2) 978 3806 O A TRAVÉS
DEL SITIO**

WWW.MESADEAYUDA.DEMRE.CL

RESOLUCIÓN FACSIMIL DE MATEMÁTICA

PARTE II

INTRODUCCIÓN

Continuando con la difusión del facsímil de matemática publicado el 17 de mayo de 2007, en esta ocasión se comentan las preguntas N° 19 a la N° 36, referidas al Eje Temático de Álgebra y Funciones, contenidos que son tratados a lo largo de toda la Enseñanza Media.

En este tipo de preguntas, el alumno debe ser capaz de llegar a la respuesta correcta utilizando los contenidos del Marco Curricular y las habilidades cognitivas de Reconocimiento, Comprensión, Aplicación y Análisis, Síntesis y Evaluación, cuyo desglose se realizó en la publicación del jueves 12 de abril. Además, debe utilizar algunos contenidos que son prerrequisitos y que han sido trabajados en la Enseñanza Básica.

Cabe recordar que tanto el Álgebra como las Funciones son dos tópicos fundamentales, que se deben dominar para resolver problemas tanto en el ámbito matemático, como en el de otras disciplinas.

Como ha sido costumbre en el análisis de los ítemes de este facsímil se detalla el contenido involucrado y el nivel en que se trabaja. Se explicitan también los contenidos prerrequisitos, las operaciones realizadas, el grado de dificultad, el porcentaje de omisión y los errores más comunes que llevan al postulante a marcar los distractores.

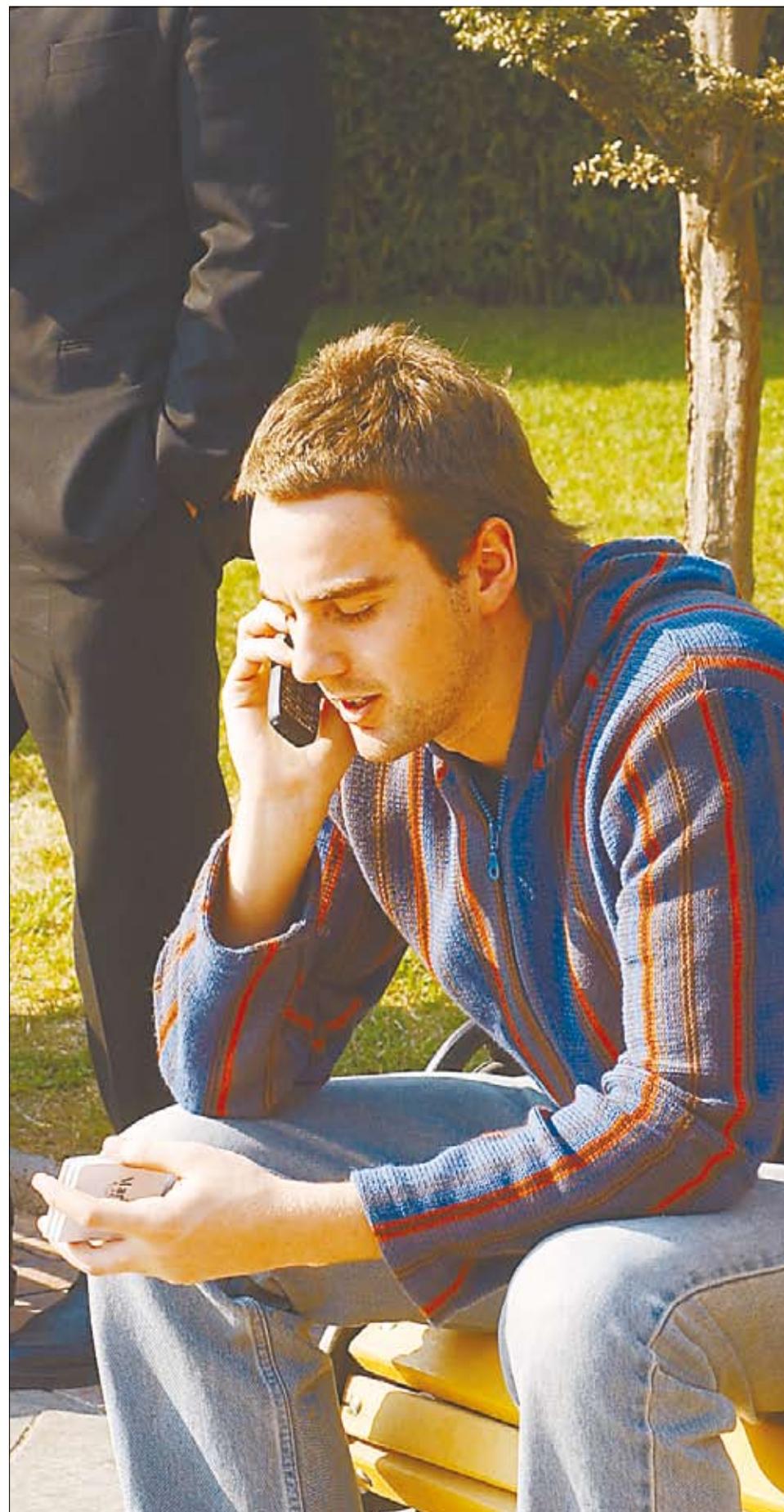
COMENTARIOS DE PREGUNTAS REFERIDAS A LOS CONTENIDOS DE ÁLGEBRA

19. Un padre reparte 12.000 hectáreas entre sus tres hijos. Al menor le da x hectáreas, al del medio los $\frac{2}{3}$ de las hectáreas del menor y al mayor la mitad de las hectáreas de su segundo hijo. El hijo **mayor** recibió

- A) 2.000 hectáreas.
- B) 4.000 hectáreas.
- C) $5.333,\bar{3}$ hectáreas.
- D) 6.000 hectáreas.
- E) 8.000 hectáreas.

Comentario:

El contenido abordado en esta pregunta es de planteo y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, tema que se encuentra en primer año de Enseñanza Media.



El alumno debe tener la habilidad de comprender el enunciado y luego traducirlo a una ecuación de primer grado, la que debe resolver.

Así, para encontrar la solución al problema, el postulante debe determinar la cantidad de hectáreas que le corresponden al menor, y a partir de este dato, calcular las que le corresponden al mayor.

Del enunciado se sabe que el hermano menor recibe x hectáreas, entonces el del medio recibe $\frac{2}{3} \cdot x$, y el mayor recibe $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot x$.

Como entre los tres hijos reciben 12.000 hectáreas, la ecuación que representa esta situación se escribe como:

$$x + \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = 12.000$$

Simplificando se obtiene

$$x + \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x = 12.000,$$

multiplicando por 3 (m.c.m.) todos los términos de la ecuación, se tiene

$3x + 2x + x = 36.000$, luego sumando los términos semejantes se obtiene $6x = 36.000$, y por último, multiplicando por el inverso multiplicativo de 6, se tiene que $x = 6.000$.

Por lo tanto, 6.000 hectáreas recibe el menor, el hijo del medio recibe $\frac{2}{3}$ de 6.000, que equivalen a 4.000 hectáreas, luego el mayor recibe la mitad de esto, que equivale a 2.000 hectáreas, lo que nos da como clave la opción A).

Este ítem resultó de dificultad mediana, ya que lo contestó correctamente un 47,5% de los postulantes que lo abordaron, y tuvo una omisión de un 32%. Llama la atención que sea alta la omisión ya que es un tipo de ítem bastante ejercitado en clases.

El distractor B) fue el más marcado por parte de los postulantes que erraron en la respuesta, con un porcentaje del 9,2% y se debe a que no contestaron lo que pedía el problema, sino que dieron como solución lo que recibió el hermano del medio y no lo que correspondía al hermano mayor.

20. La expresión $\frac{xy - x}{y} : \frac{ay - a}{y^2}$ es igual a

- A) 0
- B) $\frac{a}{xy}$
- C) $\frac{ax}{y}$
- D) $\frac{xa(y-1)^2}{y^3}$
- E) $\frac{xy}{a}$

Comentario:

Este ítem aborda el contenido de segundo año medio que corresponde a la operatoria de fracciones algebraicas simples.

El postulante, para encontrar la clave, debe aplicar conocimientos del álgebra básica, como la división de fracciones algebraicas, la factorización y la simplificación de ellas.

Así, en la expresión $\frac{xy - x}{y} : \frac{ay - a}{y^2}$, se aplica la definición de división de fracciones algebraicas, y se tiene

$$\frac{xy - x}{y} \cdot \frac{y^2}{ay - a}$$

Luego se extrae factor común en el numerador de la primera fracción, que es x , y en el denominador de la segunda fracción, que es a , obteniéndose

$$\frac{x(y-1)}{y} \cdot \frac{y^2}{a(y-1)},$$

expresión que al ser simplificada da como resultado $\frac{xy}{a}$, por lo tanto, la clave está en la opción E).

Estadísticamente, este ítem obtuvo un 26,6% de omisión y su dificultad fue mediana, ya que alcanzó un 50,1% de respuestas correctas.

El distractor con mayor porcentaje de preferencias por parte de los postulantes fue A), con un 9,2%. Lo más probable es que el alumno en este caso simplificó mal, es decir

$$\frac{xy - x}{y} : \frac{ay - a}{y^2} = \frac{xy - x}{y} \cdot \frac{y^2}{ay - a} = x - x \cdot \frac{y}{a - a} = 0 \cdot \frac{y}{0} = 0$$

21. Si n es un número natural, una expresión equivalente a $(3^{n-3} - 3^{n-2})^2$ es

- A) $2 \cdot 3^{2(n-3)}$
- B) $-2 \cdot 3^{(n-3)}$
- C) $4 \cdot 3^{2(n-3)}$
- D) $16 \cdot 3^{2(n-3)}$
- E) $-8 \cdot 3^{2(n-3)}$

Comentario:

Este ítem corresponde al tópico de potencias con exponente entero, contenido que se encuentra en segundo año de Enseñanza Media.

Para resolver el problema, el alumno debe tener la habilidad de analizar relaciones y operaciones para determinar las propiedades de las potencias que va a emplear y las características de ellas.

Una manera de resolver el problema es extraer factor común en $(3^{n-3} - 3^{n-2})$ de la siguiente manera:

$$(3^{n-3} - 3^{n-2})^2 = (3^{n-3} - 3^{n-3+1})^2 = (3^{n-3} - 3^{n-3} \cdot 3)^2$$

Luego, factorizando por (3^{n-3}) , se obtiene

$$(3^{n-3} \cdot (1-3))^2 = (3^{n-3} \cdot (-2))^2$$

A continuación, se eleva al cuadrado ambos factores del producto, resultando

$(3^{n-3})^2 \cdot (-2)^2$, y por último se aplica la propiedad de la potencia de una potencia, dando como resultado $3^{2(n-3)} \cdot 4$.

Por lo tanto la opción correcta es C).

Otra manera de resolverlo, pero resulta más largo, es desarrollar el cuadrado del binomio y aplicar adecuadamente las propiedades de las potencias.

Este problema resultó muy difícil, sólo el 13% de los postulantes lo contestó correctamente, y el porcentaje de omisión fue del 73%, lo que indicaría que aquellos problemas en los cuales los alumnos deben analizar situaciones, para luego aplicar propiedades, no les son fáciles. Probablemente no están acostumbrados a resolver este tipo de ejercicios.

El 13,1% de los alumnos que contestó erróneamente el ítem se distribuyó de manera equitativa entre los cuatro distractores.

22. $(\sqrt{50} + \sqrt{512} - \sqrt{242}) : \sqrt{2} =$

- A) 10
- B) $10\sqrt{2}$
- C) $8\sqrt{5}$
- D) 32
- E) 40

Comentario:

El contenido que está referido este ítem es sobre las raíces cuadradas, y sus cuocientes, tópico de tercer año de Enseñanza Media. Para resolver este problema el alumno debe dominar las propiedades de las raíces y tener la capacidad de reconocerlas y aplicarlas.

Debe proceder de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} (\sqrt{50} + \sqrt{512} - \sqrt{242}) : \sqrt{2} &= \frac{(\sqrt{50} + \sqrt{512} - \sqrt{242})}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{512}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Aplicando la propiedad de división de raíces de igual índice, queda

$$\sqrt{\frac{50}{2}} + \sqrt{\frac{512}{2}} - \sqrt{\frac{242}{2}}, \text{ simplificando las fracciones, resulta}$$

$$\sqrt{25} + \sqrt{256} - \sqrt{121}, \text{ y calculando raíz cuadrada se tiene,}$$

$$5 + 16 - 11 = 10, \text{ que corresponde a la opción A).}$$

También, se puede resolver el ítem descomponiendo cada raíz del dividendo de la siguiente manera:

$(\sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{256 \cdot 2} - \sqrt{121 \cdot 2}) : \sqrt{2}$, aplicando la propiedad de raíz de un producto se obtiene

$$(5\sqrt{2} + 16\sqrt{2} - 11\sqrt{2}) : \sqrt{2} = 10\sqrt{2} : \sqrt{2} = 10.$$

Este tipo de ítem, a pesar de ser bastante trabajado en el aula, alcanzó una muy alta omisión, cercana al 50%, resultando difícil, con un 36% de respuestas correctas por parte de los alumnos que lo abordaron.

El distractor con mayor porcentaje de preferencias fue la opción D), el error que cometen es sólo de signo, ya que trabajan sólo con el signo "+" llegando a $5 + 16 + 11 = 32$.

23. Si 7 veces un número se disminuye en 5 unidades resulta un número menor que 47, entonces el número debe ser menor que

- A) 42
 B) 49
 C) 52
 D) $\frac{82}{7}$
 E) $\frac{52}{7}$

Comentario:

El alumno para llegar a la clave, debe manejar el contenido de tercer año de Enseñanza Media, sobre las inecuaciones lineales sencillas con una incógnita.

En este problema contextualizado el alumno debe tener la capacidad de comprender el enunciado y traducirlo a una expresión matemática que corresponde a una inecuación, la que permite solucionarlo.

Así, si llamamos x al número, la inecuación queda escrita como:

$7x - 5 < 47$, al sumar el inverso aditivo de -5 a ambos lados de la igualdad, resulta

$7x < 52$, y al multiplicar por el inverso multiplicativo de 7 a ambos lados, queda

$x < \frac{52}{7}$, luego el número x debe ser menor que $\frac{52}{7}$, por lo tanto la opción correcta es E).

Estadísticamente este ítem resultó difícil, con un 36% de respuestas correctas y su omisión alcanzó el 33,3%. Llama la atención que a pesar de ser un ejercicio sencillo, los postulantes tuvieron dificultad para responderlo correctamente. Esto se puede deber a que efectuaron una mala traducción del enunciado verbal al lenguaje algebraico, o bien a un desconocimiento de cómo resolver inecuaciones lineales con una incógnita.

El 30,7% de los alumnos que respondieron incorrectamente, se distribuyeron en forma similar en los cuatro distractores, que consideraban los posibles errores que se comete al traducir a lenguaje matemático o al resolver la inecuación.

24. Si $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} = t$, entonces el valor de $t^2 - 2$ es

- A) $2\sqrt{3} - 2$
 B) 0
 C) $2\sqrt{3}$
 D) 2
 E) -2

Comentario:

El tópico que debe dominar el alumno para encontrar la solución al problema es el de raíces cuadradas, que se encuentra en tercer año de Enseñanza Media.

También, debe recordar y aplicar productos notables, contenido visto en primer año medio, en este caso en particular, debe recordar el cuadrado de un binomio y el producto de la suma de un binomio por su diferencia.

Así, la igualdad $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} = t$, se eleva al cuadrado a ambos lados, y se obtiene

$(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = t^2$, luego se aplica el desarrollo del binomio al cuadrado, quedando

$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = t^2$, si se aplica la propiedad $(\sqrt{a})^2 = a$, y se multiplican las raíces de igual índice, resulta

$2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = t^2$, luego se reducen los términos semejantes y se desarrolla el producto de los binomios suma por su diferencia, obteniéndose

$4 - 2\sqrt{4-3} = t^2$, que es lo mismo que

$4 - 2\sqrt{1} = t^2$, resultando

$2 = t^2$, si restamos 2 a ambos lados de la igualdad, se obtiene $t^2 - 2 = 0$, que es lo solicitado en el enunciado.

Entonces, la opción correcta es B).

Este ítem fue omitido por un tercio de los postulantes, y resultó muy difícil, sólo un 17% lo contestó correctamente. Lo más probable es

que el contenido involucrado en el ítem lo conozcan, pero no saben aplicarlo a este tipo de ejercicios.

El distractor más marcado por parte de los estudiantes que contestaron mal fue E), con un porcentaje del 24,7%. El error que comete el alumno es, aplicar mal el desarrollo de un binomio al cuadrado, y luego distribuir mal el signo “-” que esta fuera de un paréntesis, es decir,

$(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = t^2$, eleva cada uno de los términos al cuadrado, resultando

$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 - (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = t^2$, luego calcula los cuadrados, sin distribuir el signo “-” en el sustraendo, llegando a

$2 + \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = t^2$, reduce los términos semejantes,

$0 = t^2$, y por último resta 2 a ambos lados, llegando a

$$t^2 - 2 = -2$$

25. ¿Cuál es el conjunto solución para el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x - 1 < 2 \\ x + 1 > 2 \end{cases} ?$$

- A) $]1, 3[$
- B) $] -\infty, -3[\cup] 3, +\infty [$
- C) $] -\infty, 1[\cup] 3, +\infty [$
- D) $[1, 3]$
- E) $] 3, +\infty [$

Comentario:

El contenido que se mide es el de sistema de inecuaciones lineales sencillas con una incógnita, de tercer año de Enseñanza Media.

Para resolver el ejercicio el alumno debe dominar el concepto de resolución de inecuaciones simultáneas y reconocer las distintas maneras de expresar el resultado de estos sistemas, en particular el de intervalos.

Para resolver un sistema de inecuación se despeja la incógnita en cada inecuación del sistema.

- $x - 1 < 2$, despejando x , se obtiene $x < 3$, lo que escrito en intervalo es $] -\infty, 3 [$.
- $x + 1 > 2$, despejando x , se obtiene $x > 1$, lo que escrito en intervalo es $] 1, +\infty [$.

Dado que x debe cumplir simultáneamente con las dos condiciones, se debe tomar la intersección de ambos intervalos que corresponde al intervalo $] 1, 3 [$, por lo tanto, la clave es A).

El distractor con mayor preferencia por parte de los que erraron la respuesta fue D), que se produce al incluir los extremos, es decir optan por el intervalo cerrado.

El ejercicio resultó difícil con un 32,8% de respuestas correctas, y su omisión fue bastante alta llegando a un 43%, estos resultados se pueden deber al poco dominio del contenido, o simplemente al desconocimiento de este tópico.

COMENTARIOS DE PREGUNTAS REFERIDAS A LOS CONTENIDOS DE FUNCIONES

26. Sea f una función en los números reales, definida por $f(x) = tx + 1$ y $f(-2) = 5$. ¿Cuál es el valor de t ?

- A) -3
- B) -2
- C) 3
- D) 2
- E) $\frac{3}{2}$

Comentario:

El contenido que involucra este ítem es de segundo medio y está referido al concepto de Funciones y de las variables dependientes e independientes.

Lo primero que se debe realizar es identificar las variables, y luego valorar, es decir,

como $f(-2) = 5$, reemplazamos x por -2 en $f(x) = tx + 1$ y lo igualamos a 5, quedando

$f(-2) = -2 \cdot t + 1 = 5$, luego se resuelve la ecuación y obtenemos que $t = -2$, lo que indica que la opción correcta es B).

Estadísticamente, el ítem resultó de dificultad mediana, con un 46,6% de respuestas correctas. A pesar de esto la omisión fue cercana al 38%.

Cabe señalar que los alumnos que contestaron erróneamente, se repartieron en forma equitativa entre los cuatro distractores, siendo levemente la de mayor porcentaje la opción C). Aquí el postulante lo más probable es que el error lo cometió en el desarrollo de la ecuación, es decir,

$$-2 \cdot t + 1 = 5, \text{ luego}$$

$$-2 \cdot t = 5 + 1, \text{ de donde}$$

$$-2 \cdot t = 6, \text{ lo que lleva a concluir que } t = -3.$$

27. En la figura 2, la ecuación de L_1 es $y + x = 5$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $L_1 \parallel L_2$
- II) La ecuación de L_2 es $y = -x + 3$.
- III) Ambas rectas tienen igual inclinación respecto del eje x .

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

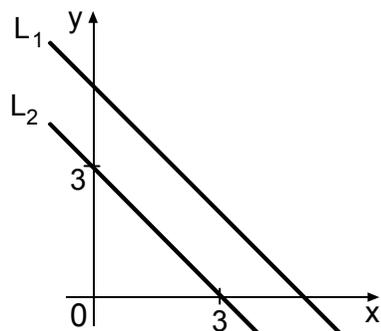


fig. 2

Comentario:

El postulante para poder encontrar la solución a este ejercicio debe dominar el contenido de segundo medio referido a la ecuación de una recta, interpretación de la pendiente y del intercepto con el eje de las ordenadas, junto a la condición de paralelismo entre dos rectas.

Recordemos que para resolver este tipo de ítem combinado, el alumno debe analizar el valor de verdad de las afirmaciones I), II) y III) utilizando los datos que se entregan tanto en el enunciado, como en la figura, si es que la hay.

A continuación analizaremos cada una de ellas.

Recordemos que dos rectas $L_1: y = m_1x + n_1$ y $L_2: y = m_2x + n_2$, son paralelas si sus pendientes son iguales, es decir, $L_1 \parallel L_2$ si y sólo si $m_1 = m_2$.

$L_1: y + x = 5$, se puede escribir como $y = -x + 5$, de donde su pendiente $m_1 = -1$.

Ahora, debemos calcular la pendiente de L_2 , para ello tomamos los dos puntos por los que pasa la recta, $(3, 0)$ y $(0, 3)$, datos entregados por el gráfico, y los reemplazamos en la fórmula que permite determinar la pendiente de una recta, dados dos puntos de ella (x_1, y_1) y (x_2, y_2) ;

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{3 - 0} = -1$$

Luego, las pendientes de las rectas L_1 y L_2 son iguales, entonces ellas son paralelas, por lo tanto la afirmación I) es verdadera.

Al analizar II), el alumno debe recordar que la ecuación de una recta queda determinada si se conoce un punto de ella y su pendiente, en este caso L_2 pasa por $(0, 3)$ y su pendiente es -1 . Entonces el punto y la pendiente se reemplazan en la fórmula de la ecuación de la recta $(y - y_1) = m(x - x_1)$, obteniéndose

$$y - 3 = -1(x - 0), \text{ ordenando se tiene que:}$$

$$L_2: y = -x + 3, \text{ lo que lleva a concluir que II) es verdadera.}$$

Por último, recordar que el ángulo de inclinación es el que forma una recta con el eje x , en este caso como ambas rectas son paralelas tienen igual ángulo de inclinación, por lo tanto III) también es verdadera.

Por las conclusiones anteriores la opción correcta es E).

Este problema resultó difícil, con un porcentaje de respuestas correctas de un 38,5% y aproximadamente un cuarto de los postulantes lo omitió. Seguramente no recordaban las fórmulas para aplicarlas y así encontrar la respuesta correcta, o no dominaban a cabalidad el contenido.

Más de un cuarto de los postulantes contestó la opción C) como clave, lo más probable es que sin hacer ningún análisis, sólo se guían por el gráfico para contestar que I) y III) son verdaderas, y no saben determinar la ecuación de una recta que pasa por un punto y se conoce su pendiente.

28. Del gráfico de la función $f(x) = 1 - |x|$, se puede afirmar que

- I) tiene su vértice en el punto $(0, 0)$.
- II) sus ramas se abren hacia abajo.
- III) corta al eje de las abscisas en $x = 1$ y en $x = -1$.

Es (son) verdadera(s)

- A) sólo II.
- B) sólo III.
- C) sólo I y III.
- D) sólo II y III.
- E) I, II y III.

Comentario:

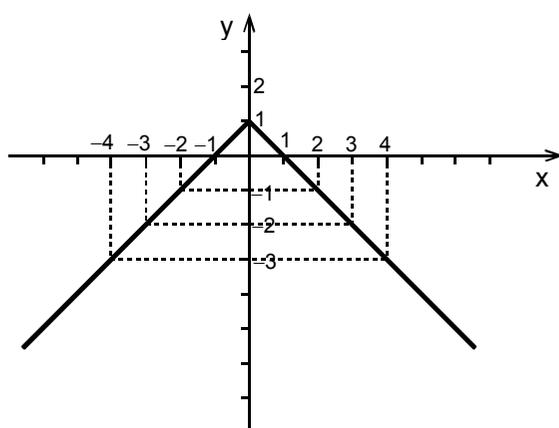
El contenido de este ítem es el de la función valor absoluto, y el gráfico de esta función, tópico que se estudia en segundo año de Enseñanza Media.

Igual que en el ejercicio anterior el alumno debe encontrar el valor de verdad de las tres afirmaciones.

En este caso lo primero será graficar la función, para luego a partir del gráfico analizar las afirmaciones I), II) y III).

Para graficar construimos una tabla de valores a partir de la función dada en el enunciado, lo que permite encontrar el valor de y . Luego estos puntos los ubicamos en el sistema de ejes coordenados, como se ilustra en la figura.

x	y
-4	-3
-3	-2
-2	-1
-1	0
0	1
1	0
2	-1
3	-2
4	-3
...	...



Podemos observar del gráfico, que la función tiene su vértice en el punto $(-1, 0)$, pues en este punto la función cambia de ser creciente a decreciente. Por lo tanto, I) es falsa.

Además, podemos observar que sus ramas se abren hacia abajo, lo que nos indica que II) es verdadera.

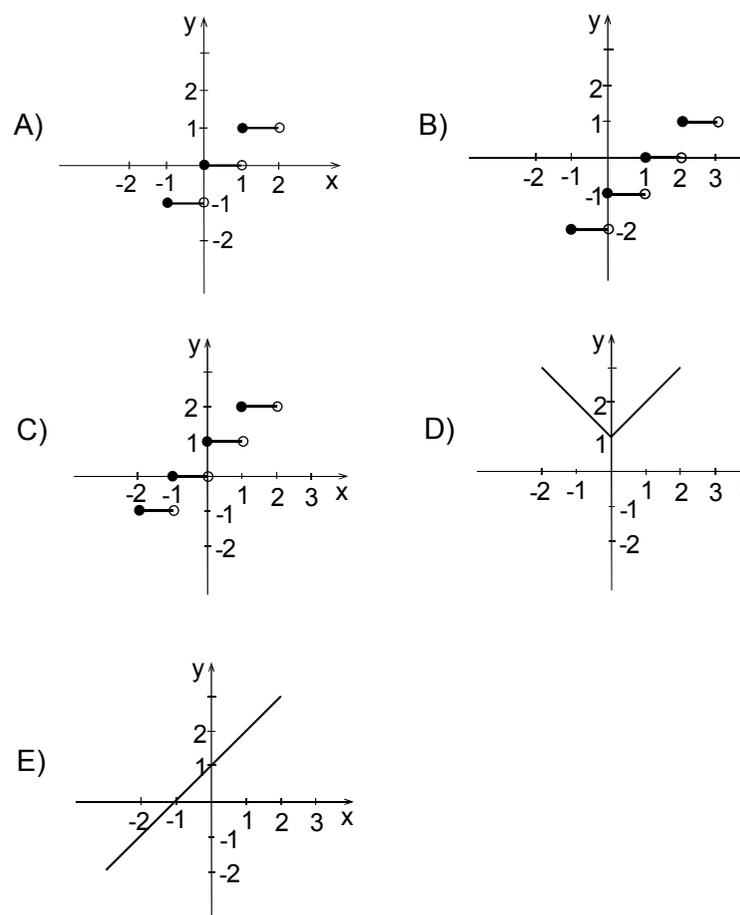
Y por último, se advierte que cuando x vale 1 y -1 , el valor de y es igual a cero, en consecuencia, III) es verdadera.

Como II) y III) son verdaderas, entonces la clave es D).

Este ítem obtuvo aproximadamente un 50% de omisión y resultó difícil, con un porcentaje del 23% de respuestas correctas. La alta omisión de este ítem nos indica que el contenido lo dominan en forma superficial, o simplemente, lo desconocen.

El 27% de los postulantes que contestaron mal el ítem se distribuyeron de manera similar en la elección de los cuatro distractores.

29. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa a la función real $y = [x + 1]$?



Comentario:

Este ítem está referido a la función parte entera y al gráfico de ésta, contenidos que se deben tratar en segundo año medio.

Recordemos que la función parte entera de un número real x se refiere al mayor entero que es **menor o igual que** x y se anota como $f(x) = [x]$, además, para los valores negativos el mayor entero menor que x es el número ubicado “más a la izquierda” en la recta numérica.

Al observar los gráficos que aparecen en las opciones, se descartan D) y E) pues no representan al gráfico de una función parte entera, luego para determinar si A), B) o C) es la opción correcta el alumno debe analizar el recorrido de la función para los diferentes valores de x en los números reales.

Así, si x pertenece a $[0, 1[$ y reemplazamos cualquier valor de este intervalo en la función, sus imágenes serán igual a 1.

Ejemplo: $f(0,5) = [0,5 + 1] = [1,5] = 1$.

Si x pertenece al intervalo $[1, 2[$, reemplazamos cualquier valor de este intervalo en la función, sus imágenes serán igual a 2.

Ejemplo $f(1,7) = [1,7 + 1] = [2,7] = 2$.

Ahora, si x pertenece a $[-2, -1[$, reemplazamos cualquier valor de este intervalo en la función, sus imágenes serán igual a -1 .

Ejemplo $f(-1,5) = [-1,5 + 1] = [-0,5] = -1$

Luego de realizado este análisis, se concluye que el gráfico de la función dada en el enunciado está en la opción C).

Este ejercicio resultó muy difícil, sólo obtuvo un 15,2% de respuestas correctas. Tuvo una omisión cercana al 44%. Esto demuestra que este contenido no es manejado a cabalidad por parte de los postulantes, o simplemente, no se trabaja en el aula.

Llama la atención que el distractor más marcado por parte de los alumnos fue E), con un 22,8%, esto debido, seguramente, a que desconocían la notación de la función parte entera considerando que los $[]$ eran paréntesis, siendo que en la simbología que trae la prueba, al inicio de ella, se especifica el significado de éste símbolo.

30. La intersección de las rectas $y = 5 - x$ e $y = x - 1$ es el punto

- A) (2, 3)
- B) (2, 1)
- C) (3, -2)
- D) (0, 2)
- E) (3, 2)

Comentario:

El alumno para resolver este ejercicio debe saber que la intersección de dos rectas corresponde a la solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, el cual lo puede resolver por cualquier método, el que más le acomode, es decir, por sustitución, por reducción o por igualación. Este contenido corresponde a segundo año de Enseñanza Media.

En este caso se hará por el método de igualación.

Como $y = 5 - x$ e $y = x - 1$, igualando se tiene:

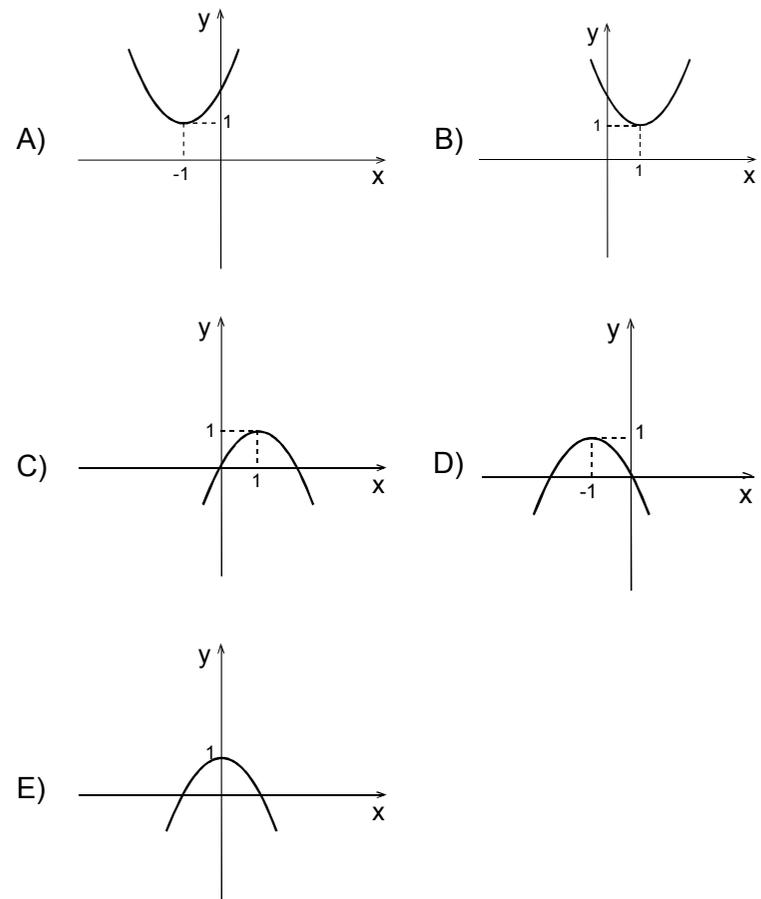
$5 - x = x - 1$, despejando x en la ecuación, se obtiene que

$x = 3$, a continuación se reemplaza este valor en cualquiera de las dos ecuaciones, de donde se obtiene que $y = 2$, entonces el punto de intersección de las rectas dadas es $(3, 2)$, que corresponde a la opción E).

El distractor más marcado por parte de los postulantes fue C), seguramente el alumno supo encontrar bien el valor de x , pero al sustituirlo en alguna de las dos ecuaciones y desarrollarla cometió un error de signo.

Llama la atención que a pesar de ser un ítem sencillo, resultó muy difícil, con un 15% de respuestas correctas y una omisión cercana al 64%, lo que indica que el alumno no está acostumbrado a este tipo de ejercicio en donde debe relacionar un sistema de ecuaciones lineales con el punto de intersección de las rectas asociadas a las ecuaciones que componen el sistema.

31. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la función real $f(x) = -(x + 1)^2 + 1$?



Comentario:

El contenido involucrado en este ítem es el de la función cuadrática y el gráfico asociado a esta función, tema que se debe tratar en tercer año de Enseñanza Media.

El alumno tiene que recordar que una función cuadrática es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ y a, b y $c \in \mathbb{R}$, además debe dominar los conceptos y elementos que están involucrados en una parábola, como la concavidad y el vértice.

Para poder determinar cuál es el gráfico que mejor representa a la parábola asociada a la función cuadrática, se debe reducir al máximo la expresión de la función dada, aplicando el álgebra básica de primer año medio, así

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x + 1)^2 + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1) + 1 \\ &= -x^2 - 2x - 1 + 1 \\ &= -x^2 - 2x \end{aligned}$$

Luego, la función corresponde a una parábola de la forma $f(x) = ax^2 + bx$, como en este caso $a < 0$, la concavidad de la parábola es hacia abajo, lo que descarta automáticamente las opciones A) y B).

Además, se sabe que el vértice de una parábola es $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$, en

este caso $a = -1$ y $b = -2$, por lo tanto al reemplazarlos se tiene como vértice al punto $(-1, 1)$, que pertenece al segundo cuadrante. En conclusión, el gráfico que mejor representa a la parábola es el que se encuentra en la opción D).

Este ítem resultó difícil, con un porcentaje de respuestas correctas del 29,1% y una omisión del 36,8%, de donde podemos concluir que los postulantes no tienen un buen dominio de la función cuadrática y la relación de ésta con los elementos de la parábola asociada.

El distractor con mayor preferencia por parte de los alumnos que contestaron erróneamente fue C), seguramente hubo un error de signos al encontrar las coordenadas del vértice.

32. Considere la parábola $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La parábola se abre hacia arriba.
- II) Su vértice se encuentra en $(1, 0)$.
- III) Su eje de simetría es $x = 1$.

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

Comentario:

En este ítem, igual que en el anterior, interviene la función cuadrática y su gráfico, contenido estudiado en tercer año medio.

Para encontrar la solución se debe determinar el valor de verdad de las tres afirmaciones, procediendo de la misma manera que en el ejercicio anterior.

Primero, se debe reducir al máximo la función dada aplicando el álgebra básica de primer año medio, así

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2}(x - 1)^2 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) \\ &= \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Luego, la función corresponde a una parábola de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ y a, b y $c \in \mathbb{R}$. Como en este caso $a > 0$, la concavidad de la parábola es hacia arriba, luego I) es verdadera.

Además, como el vértice de la parábola es $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$, y en este

caso $a = \frac{1}{2}$ y $b = -1$, se tiene como vértice al punto $(1, 0)$, luego II) es verdadera.

Para analizar el valor de verdad de III), debemos recordar que el eje de simetría de una parábola pasa por el vértice y es paralelo al eje y , en este caso la ecuación es $x = 1$, por lo tanto III) es verdadera.

Entonces, como I), II) y III) son verdaderas, la opción correcta es E).

Este ítem tuvo una alta omisión, llegando a un 57,6% y resultó difícil, logrando un 21% de respuestas correctas de los alumnos que lo abordaron. Estos resultados nos demuestran que existe un gran desconocimiento del tema.

El resto de los postulantes, el 21,4%, se repartió en forma equitativa entre los cuatro distractores.

33. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ en los números reales?

- A) $[2, +\infty[$
- B) $[-2, +\infty[$
- C) $[0, +\infty[$
- D) $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$
- E) $[4, +\infty[$

Comentario:

Este ejercicio apunta a un contenido de tercer año medio, donde el postulante debe conocer la función raíz cuadrada, lo que implica reconocer el gráfico de $y = \sqrt{x}$, y saber que los valores de x en esta función deben ser siempre mayores o iguales a cero.

El postulante debe, además, saber resolver inecuaciones sencillas, con una variable, contenido de tercer año medio.

Así, en la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, se debe analizar la cantidad subradical, es decir, $x^2 - 4 \geq 0$, si se suma 4 a ambos lados de la desigualdad se tiene $x^2 \geq 4$, luego de aquí se deduce que todos los números reales mayores o iguales a 2 y los que son menores o iguales a -2 cumplen con la inecuación $x^2 \geq 4$.

Luego, por el análisis realizado, se concluye que el dominio de la función son todos los números reales x que cumplen con $x \geq 2$ o $x \leq -2$.

Al unir estas dos soluciones, el resultado en forma de intervalos es $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$, por lo tanto D) es la opción correcta.

La estadística de este ítem nos indica que resultó difícil, menos de un cuarto de la población que lo abordó lo respondió correctamente, y cerca de un 50% lo omitió. Es probable que este tipo de problemas no sea muy ejercitado en el aula, o no dominen a cabalidad el contenido.

El distractor más marcado por parte de los alumnos fue la opción A), seguramente desarrollaron bien el ejercicio pero pensaron que sólo los

números positivos satisfacen la inecuación, no piensan que los valores menores o iguales a -2, también cumplen con ser soluciones de ella.

34. ¿Cuál de las siguientes opciones es igual a $\log 12$?

- A) $\log 6 \cdot \log 2$
- B) $\log 10 + \log 2$
- C) $2 \cdot \log 6$
- D) $\log 2 \cdot \log 2 \cdot \log 3$
- E) $\log 6 + \log 2$

Comentario:

Este ejercicio apunta a un contenido de cuarto medio, relativo al concepto de logaritmo y sus propiedades.

El alumno debe saber aplicar la propiedad del logaritmo de un producto: $\log ab = \log a + \log b$.

Para resolver el ítem, lo primero es descomponer el 12, entonces $\log 12 = \log 6 \cdot 2$, aplicando logaritmo de un producto, se tiene $\log 12 = \log 6 + \log 2$.

Luego, la opción correcta es E).

El distractor con mayor preferencia fue C), marcado por el 12,1% de los alumnos que abordaron el problema, lo más probable es que estos aplicaron mal las propiedades de los logaritmos, es decir,

$$\log 12 = \log 4 \cdot 3 = \log 2^2 \cdot 3 = 2 \cdot \log 2 \cdot 3 = 2 \cdot \log 6.$$

La dificultad de este ítem fue de un 40%, lo que indica que resultó mediano, además su omisión fue menos de un quinto de la población que lo abordó, lo que indica que es un contenido ejercitado en clases, pero aún no se domina a cabalidad las propiedades de los logaritmos.

35. En un experimento de laboratorio se observó que un tipo de bacteria se triplica cada media hora. Si una experiencia comienza con una población de 1.000 bacterias de este tipo, ¿cuántas bacterias habrá a las 3 horas?

- A) 729.000 bacterias
- B) 64.000 bacterias
- C) 27.000 bacterias
- D) 18.000 bacterias
- E) 3.000 bacterias

Comentario:

El contenido que debe dominar el postulante en este problema contextualizado, es la modelación de fenómenos naturales y/o sociales a través de la función exponencial, tema de cuarto año medio.

Además, debe aplicar las propiedades de las potencias con exponente entero, contenido de primer año medio.

Para resolver el ejercicio el alumno debe tener la habilidad de comprender la información entregada por el enunciado y debe tener la capacidad de transferencia y generalización.

Se pregunta cuántas bacterias habrá en tres horas, o sea cuántas habrá en seis medias horas.

Las bacterias se triplican cada media hora, luego si inicialmente hay 1.000 bacterias en la primera media hora habrá $1.000 \cdot 3$, a la segunda media hora habrá $1.000 \cdot 3 \cdot 3$, y así sucesivamente hasta la sexta media hora, por lo tanto el número de bacterias que habrá en las tres horas es

$1.000 \cdot 3^6 = 1.000 \cdot 729 = 729.000$ bacterias, luego la clave es la opción A).

Este ítem resultó difícil con un porcentaje de respuestas correctas de un 31,3%. Cabe señalar que la omisión fue bastante baja, llegando sólo a un 7,3%, lo que indica que este contenido es trabajado en el aula, pero no ha sido internalizado.

El distractor con mayor preferencia por parte de los postulantes fue D), con un porcentaje del 47,5%, seguramente los que marcaron esta opción no aplicaron potencia, sino que sólo producto, es decir, pensaron que 6 veces se triplicaba la población inicial de 1.000 bacterias: $1.000 \cdot 3 \cdot 6 = 18.000$ bacterias.

36. Si \$ 50.000 se invierten al 10% de interés compuesto anual, ¿cuál es el capital total después de dos años?
- A) \$ 60.000
 - B) \$ 60.500
 - C) \$ 70.000
 - D) \$ 90.000
 - E) \$ 110.000

Comentario:

El alumno debe tener la capacidad de plantear y resolver problemas sencillos que involucren el cálculo de interés compuesto, tópico de cuarto año de Enseñanza Media.

Recordemos que para calcular interés compuesto se aplica la siguiente fórmula:

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n, \text{ donde } C_f: \text{Capital final, } C_i: \text{Capital a depositar,}$$

t: porcentaje de interés, n: tiempo.

Ahora, si se reemplazan los datos entregados en el enunciado en esta fórmula se obtiene,

$$\begin{aligned} C_f &= \$ 50.000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \\ &= \$ 50.000 \cdot (1,1)^2 \\ &= \$ 50.000 \cdot 1,21 \\ &= \$ 60.500 \end{aligned}$$

Luego, la clave es la opción B).

Este ítem obtuvo un 26% de respuestas correctas, lo que indica que resultó difícil, y además tuvo una omisión cercana al 29%. El distractor que con mayor porcentaje sigue a la clave es A). Los estudiantes en este caso, en vez de multiplicar \$ 50.000 por 1,21, lo hacen por 1,2 dando como resultado \$ 60.000.

**FACSIMIL DE MATEMÁTICA
COMENTARIOS PREGUNTAS 37 A 55**

El próximo 9 de agosto de 2007, aparecerá la tercera parte de la Resolución y Comentarios del facsímil de Matemática, divulgado el 17 de mayo pasado. En tal publicación se comentarán las preguntas 37 a 55.

PSU[®]

DISCAPACITADOS

El DEMRE entrega a los postulantes discapacitados un tratamiento especial, para permitirles la participación en el Proceso de Admisión en condiciones justas. Los interesados deben inscribirse a través del proceso normal y presentar una solicitud escrita antes del 31 de julio de 2007, dirigida a la Dirección del Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo (Av. José Pedro Alessandri 685, Ñuñoa, Santiago). La solicitud deberá contener los datos del postulante, motivo de la solicitud y documentación médica que la avale con expresa mención del grado de incapacidad que presenta.

NO VIDENTES

De los discapacitados, los no videntes son los únicos inhabilitados para rendir las pruebas, debido a la imposibilidad de representarles los elementos visuales que aparecen en varias de ellas. Para estos casos, algunas Universidades contemplan programas de admisión especial para acceder a carreras compatibles con su condición.

Solicitamos a las autoridades de los establecimientos educacionales que cuentan con alumnos no videntes, que cursan actualmente IV^º Medio y desean ingresar a la Educación Superior, informen a ellos que pueden solicitar la colaboración del DEMRE para que directamente, o a través de las Secretarías de Admisión, los oriente en sus postulaciones. Para ello, deberán enviar una nota identificatoria, adjuntando los documentos que acrediten los requisitos exigidos.



PSU[®]

CASOS ESPECIALES:

Para el Proceso de Admisión 2008, hemos contemplado salas de casos especiales, a fin de proporcionar un mejor servicio, para todas aquellas personas:

- 1) Que presenten una discapacidad, debidamente acreditada, que requieran condiciones particulares para su rendición.
- 2) Que presenten un problema médico, de última hora, debidamente certificado y que requiera la implementación de condiciones especiales para permitirles la rendición.
- 3) Que rindan la prueba por 5^º o más veces.



- Jueves 19 de julio:** Resolución Facsímil Prueba Historia y Ciencias Sociales. Parte II.
- Jueves 26 de julio:** Resolución Facsímil Prueba Ciencias, Módulo Común. Parte II.
- Jueves 2 de agosto:** Resolución Facsímil Prueba Lenguaje y Comunicación. Parte III.
- Jueves 9 de agosto:** Resolución Facsímil Prueba Matemática. Parte III.

PREPARA LA PSU® EN TU CASA, CON LOS QUE HACEN LA PSU®.

Edge todas las jueves en El Mercurio las únicas publicaciones y facsímiles oficiales de la PSU® de este año, desarrolladas por la Universidad de Chile.

Toda la información que necesitas para el proceso de admisión 2008 está en El Mercurio.



EL MERCURIO

Facultad de Ciencia de la Universidad de Santiago:

Creando nuevo conocimiento

La Usach cuenta con un grupo selecto de profesores e investigadores que preparan a los jóvenes en todas las disciplinas científicas que se imparten.

La física y la matemática son ciencias actuales y vivas. Contrariamente a lo que se puede pensar, estas ciencias están en permanente producción y creación de conocimiento. En los últimos treinta años el avance del conocimiento ha sido mayor que en todo el pasado de la humanidad.

Esto representa un desafío para los jóvenes más audaces y con mayores talentos con curiosidad y espíritu de superación. Es un reto para aquellos que no se contentan con una respuesta vaga y que buscan la verdad y la exactitud. Además es una necesidad que tiene el país de contar con profesionales y científicos preparados para afrontar el futuro, especialmente en esta era del conocimiento y la información.

La física y la matemática, la estadística y la ciencia de la computación son disciplinas

cultivadas en todos sus aspectos y niveles en la Facultad de Ciencia de la Universidad de Santiago de Chile, en ella se unen la tradición y la actualidad en ciencia.

Primero, la Universidad Técnica del Estado tuvo entre sus programas un lugar privilegiado para la ciencia, ahora la Universidad de Santiago, heredera de la Universidad Técnica del Estado, cuenta con un grupo de profesores e investigadores que da enseñanza y que crea conocimiento, en cada una de las disciplinas que allí se cultivan.

Conocedora de las necesidades del país en ciencia, la Usach ofrece a los jóvenes de Chile grados de licenciados en las diferentes disciplinas que reflejan el respaldo científico con que egresan y les ofrece títulos a los cuales se accede después de una sólida formación complementaria; es así como



Los alumnos reciben una sólida formación científica que los destaca.

anualmente se titulan **ingenieros matemáticos, ingenieros físicos e ingenieros estadísticos, profesores de matemática y computación, profesores de matemática y física, y analistas en computación científica.**

Los egresados de estas carreras se están desempeñando

en organismos de gobierno, universidades, consultoras, bancos, grandes empresas y colegios.

Los alumnos de la Facultad de Ciencia encuentran en sus aulas un ambiente de mucha participación en actividades complementarias de su formación académica. Cada carrera tiene organizado su centro de

alumnos, y el estamento estudiantil cada día va teniendo mayor participación en las decisiones de la universidad.

Académicos que han hecho historia en la universidad se unen a investigadores que están en plena producción de conocimiento científicos. Son personas que viajan a diferentes países ofrecen charlas y conferencias en prestigiosas universidades.

En el ámbito nacional e internacional los académicos de la Facultad de Ciencia de la Universidad de Santiago de Chile son conocidos porque además de sus investigaciones publicadas por prestigiosas revistas de circulación internacional, participan en proyectos tales como FONDECYT, FONDEF, DICYT, MILENIO, MECESUP, FONDAP, FDI ECOS entre otros. Estudiantes de cursos superiores y del posgrado están participando en estos proyectos que los preparan en mejor forma para enfrentar el mundo laboral y la carrera científica a nivel de magister y doctorados.



Universidad de Santiago de Chile, aportando profesionales de excelencia a todas las esferas del conocimiento.