Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

DOCUMENTO OFICIAL

PROCESO DE ADMISIÓN

4 de Agosto de 2004

EL MERCURIO

2005

INFORMATIVO PRUEBA:

MATEMÁTICA

GEOMETRÍA | ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Serie: DEMRE

Publicación 12 de 24

alternativas académicas

GRAN CONCURSO: La Pregunta del Día de la PSU

Busca la pregunta del día que se publicará de lunes a domingo en el cuerpo C de El Mercurio o busca las preguntas en EMOL. Envía un mensaje de texto desde tu teléfono móvil al número 4556 (*), digitando el número de la pregunta, espacio y la letra de la alternativa correcta (ej.1␣A), y participarás semanalmente en el sorteo de espectaculares premios:

Nuevo
Volkswagen Fox.

SORTEOS SEMANALES SORPRESA:

Te prestamos un auto con estanque lleno por todo un fin de semana, Cd players, radios portátiles, relojes y muchos más.

GRAN SORTEO FINAL 6 DE DICIEMBRE: 2 automóviles Volkswagen 0 km.
10 becas en Wall Street Institute y 10 becas en Preuniversitario Pedro de Valdivia.

*Valor del mensaje $250 IVA incluido.

www.volkswagen.cl

www.alternativas.mercurio.cl

emol. EL MERCURIO ONLINE

EL MERCURIO

INTRODUCCIÓN

En la primera publicación de Matemática se analizaron los ejes temáticos de Números y Proporcionalidad junto a Álgebra y Funciones. En esta oportunidad, veremos los ejes temáticos restantes que son Geometría y Estadística y Probabilidad, que en conjunto, representan el 43% de las preguntas del examen aplicado en diciembre de 2003.

En el caso de la geometría, históricamente sus preguntas han resultado más difíciles que las de otros tópicos y en esta ocasión los resultados obtenidos no fueron la excepción. En efecto, en la reciente aplicación de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) en su parte matemática, de los cuatros ejes temáticos que conforman la prueba, Geometría es la que presenta el menor porcentaje medio de respuestas correctas (35,3%) y un mayor porcentaje medio de omisión (40,3%).

Estos resultados reafirman la concepción de que la geometría es un temido fantasma para el común de los estudiantes de Enseñanza Media y, por lo tanto, la rehuyen llegando al término de la educación media con ideas bastantes precarias e inconexas acerca de esta ciencia, en circunstancias que es de una lógica transparente, se refiere a objetos que pueden ser aprehendidos visualmente en su representación gráfica – lo que es una ventaja innegable frente al álgebra, por ejemplo – y sus construcciones y demostraciones pueden producir un gran placer estético-intelectual si uno logra captar la belleza de su desarrollo.

En consecuencia, es fundamental repasar todos los contenidos de geometría, enfrentarse a ella con otra actitud, pues la PSU matemática que se aplicó en diciembre de 2003 contenía 21 preguntas referidas a cuestiones geométricas, cuyos contenidos se publicaron el 28 de abril recién pasado.

Por su parte, la Estadística y Probabilidad, era un tema que se encontraba en el Plan Común del Decreto 300 pero que no se abordaba con frecuencia, siendo la antigua Prueba de Conocimientos Específicos de Matemática la que consideraba este tema, pero con un peso muy inferior, 1 ítem dentro de las 50 preguntas que constituía dicho examen.

Con la puesta en marcha de la Reforma Educacional, la Estadística y Probabilidad adquiere mayor relevancia, de tal manera que pasa a constituirse en un eje temático de la PSU de Matemática.

Las 9 preguntas que se incluyeron en la prueba recién pasada obtuvieron un porcentaje medio de respuestas correctas de un 43% y el porcentaje medio de omisión fue el más bajo de los cuatro ejes temáticos, alcanzando el 25,4%, lo que indica que el error fue de 31,6%.

La Estadística está presente, en forma periódica, en los diversos medios de comunicación, de ahí la importancia de estudiar esta disciplina para que podamos comprender y a la vez opinar sobre los gráficos, estimaciones de diversos índices, datos que aparecen en temas tan diversos como el financiero, educativo, salud, agrícola, forestal, etc.

Antes de iniciar el análisis, recordemos que el propósito de esta prueba es evaluar en los postulantes su capacidad para:

- Reconocer los conceptos, principios, reglas y propiedades de la matemática.
- Identificar y aplicar métodos matemáticos en la resolución de problemas.
- Analizar y evaluar información matemática proveniente de otras ciencias y de la vida diaria.
- Analizar y evaluar las soluciones de un problema para fundamentar su pertinencia.

Para llevar a cabo dicho propósito se toman los contenidos definidos por la Mesa Escolar en noviembre de 2.002 y actualizados en enero de 2.004 y las habilidades intelectuales que los alumnos han desarrollado en la Enseñanza Básica y Media, como lo muestra la siguiente tabla de especificaciones.

TABLA DE ESPECIFICACIONES DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA

HABILIDADES INTELECTUALES / EJES TEMÁTICOS	Conocimiento de terminología y procedimientos de la Matemática.	Comprensión de conceptos, representaciones, reglas y generalizaciones.	Aplicación de conceptos, representaciones, reglas y generalizaciones.	Análisis, síntesis y evaluación de conceptos, representaciones, demostraciones y generalizaciones.	TOTAL
1. Números y proporcionalidad.					11
2. Álgebra y funciones.					29
3. Geometría.					21
4. Estadística y probabilidad.					9
TOTAL					**70**

A continuación se presentan 15 preguntas, similares a las que irán en la prueba de diciembre de 2004, que fueron probadas en alumnos. Además, se agrega un comentario que servirá de retroalimentación a estudiantes y profesores, indicando en él el grado de dificultad de la pregunta, la forma de responderla y hacer presente los errores más comunes que cometen los alumnos.

EJEMPLOS Y COMENTARIOS DE PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO GEOMETRÍA

1. En la figura 1, si $L_1 // L_2 // L_3$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s) ?

I) $\dfrac{\overline{AG}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$

II) $\dfrac{\overline{BG}}{\overline{CF}} = \dfrac{\overline{AG}}{\overline{GF}}$

III) $\dfrac{\overline{AG}}{\overline{AF}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) I, II y III

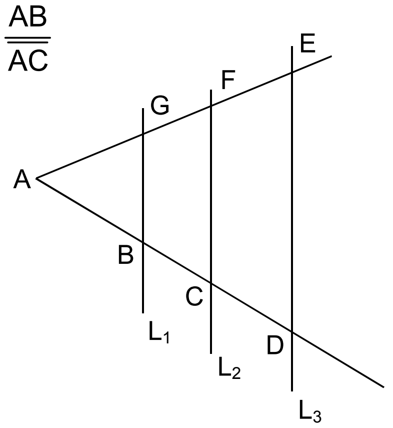


fig. 1

El contenido que se necesita dominar para resolver este ejercicio es el Teorema de Thales sobre trazos proporcionales, que es un tema que aparece en el programa en 2º Año de Enseñanza Media.

El alumno debe recordar el teorema de Thales que dice: ***"Toda paralela a un lado de un triángulo, determina otro triángulo semejante al primero"***.

En este caso, se determinan tres triángulos semejantes:

Δ ABG ~ Δ ACF ~ Δ ADE (con el ángulo A común para los tres triángulos).

En la primera afirmación $\dfrac{\overline{AG}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$ se comparan trazos del mismo lado de los triángulos con sus homólogos del otro lado, por lo que es correcta.

En la segunda afirmación $\dfrac{\overline{BG}}{\overline{CF}} = \dfrac{\overline{AG}}{\overline{GF}}$ se compara la paralela menor con la mayor, pero para ser consecuente, debería compararse el trazo pequeño ($\overline{AG}$) con el trazo mayor ($\overline{AF}$) y no con una parte de él ($\overline{GF}$), por lo que es falsa la proporción.

En la tercera afirmación $\dfrac{\overline{AG}}{\overline{AF}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ se compara trazos en el mismo sentido, que corresponde a la comparación más clásica de trazos proporcionales, por lo que es correcta.

La pregunta resultó medianamente fácil (57%) para el grupo que contestó el ítem y la omisión no fue tan alta (23%) si se compara con la omisión de otros ejercicios de geometría. Hay un 8% que consideró sólo II) como correcta y un 9% que se inclinó por las tres afirmaciones como correctas.

2. Dadas tres circunferencias congruentes, de radio 2 cm, de centros A, O y B y dos de ellas tangentes en O, como se muestra en la figura 2, ¿cuál es el área del trapecio ABCD ?

A) 6 cm^2
B) 12 cm^2
C) $3\sqrt{3}$ cm^2
D) $4\sqrt{3}$ cm^2
E) $6\sqrt{3}$ cm^2

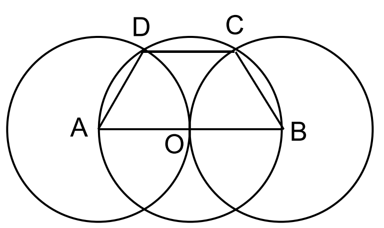


fig. 2

Esta pregunta pertenece al contenido relativo a resolución de problemas de congruencia de figuras planas y descomposición de figuras elementales y congruentes.

Como las circunferencias de centros A y B son tangentes en O, y $\overline{DC}$ es paralelo a $\overline{AB}$, porque ABCD es un trapecio, entonces los ángulos del centro OAD y OBC son iguales entre sí, porque subtienden arcos congruentes.

Además, $\overline{DC} = \overline{AO} = \overline{OB}$ porque $\overline{DO} // \overline{CB}$ (ya que $\sphericalangle$ OBC = $\sphericalangle$ AOD, pues se oponen a arcos OC y AD congruentes).

Luego al unir D con O y O con C, se forman tres triángulos equiláteros y congruentes entre sí por tener tres lados iguales (por el criterio LLL), es decir:

Δ AOD $\cong$ Δ OBC $\cong$ Δ CDO.

Es así que basta calcular el área de uno de estos tres triángulos y multiplicar el valor obtenido por 3.

En todo triángulo equilátero de lado **a** cualquiera de sus alturas es igual a $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, luego:

Si tomamos Δ AOD de base AO = 2 cm, su altura será: $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ cm = $\sqrt{3}$ cm.

Por lo que el área del Δ AOD = $\frac{2\text{ cm}\cdot\sqrt{3}\text{ cm}}{2} = \sqrt{3}\text{ cm}^2$.

Al multiplicar por 3, el área del trapecio es $3\sqrt{3}$ cm^2, por lo tanto la clave es C.

Otra forma de resolver este ítem, es que una vez establecida la congruencia de los triángulos, se calcule la altura del trapecio ($\frac{2\sqrt{3}}{2}$ cm = $\sqrt{3}$ cm)

Luego aplicando la fórmula de área del trapecio, se tiene :

$$\frac{(4 + 2)\text{cm}\cdot\sqrt{3}\text{cm}}{2} = 3\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

Esta pregunta resultó muy difícil y la omisión fue muy alta, poco más de la tercera parte de los alumnos que se enfrentaron a ella la omitieron.

El distractor más llamativo fue A y corresponde a aquellos alumnos que dicen que 2 cm es la altura del trapecio, sin realizar un mayor análisis y proceden a hacer los cálculos pertinentes, llegando a un resultado equivocado.

3. En la figura 3, se tiene una circunferencia de centro O, radio **r** y diámetro $\overline{AB}$. Si por el punto medio **M** de $\overline{OB}$, se traza la cuerda $\overline{CD}$ perpendicular al diámetro, entonces la longitud de la cuerda $\overline{CD}$ es

A) $r\sqrt{3}$
B) $r\sqrt{2}$
C) $\frac{3}{2}r\sqrt{3}$
D) $\frac{2}{3}r\sqrt{3}$
E) $\frac{3}{2}r$

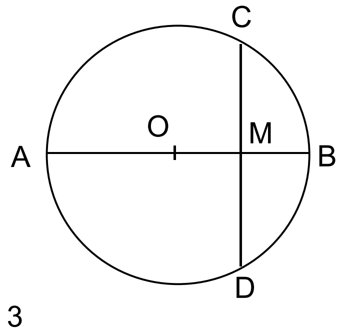


fig. 3

Este ítem involucra un tópico de 2º Año de Enseñanza Media que corresponde al contenido de proporcionalidad de trazos en la circunferencia, se trata de una relación métrica entre las cuerdas.

Esta relación dice: ***"Si dos cuerdas se cortan en el interior de una circunferencia, el producto de los dos segmentos determinados en una cuerda, es igual al producto de los dos segmentos determinados por la otra cuerda"***, entonces en este problema se tendría que:

$\overline{AM}\cdot\overline{MB} = \overline{CM}\cdot\overline{MD}$ y como $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, implica que M es punto medio de $\overline{CD}$, es decir $\overline{CM} = \overline{MD}$, entonces se tiene que:

$$\overline{AM}\cdot\overline{MB} = \overline{CM}^2 \quad (1)$$

como AO = r y M es punto medio de $\overline{OB}$, se tiene:

OM = MB = $\frac{r}{2}$, por lo tanto, AM = r + $\frac{r}{2}$ = $\frac{3}{2}$r

reemplazando en (1) resulta:

$\frac{3}{2}r\cdot\frac{r}{2} = CM^2$, luego $\frac{3}{4}r^2 = CM^2$, extrayendo raíz cuadrada se tiene que $\frac{r}{2}\sqrt{3} = CM$

y como CD = $2\cdot CM = 2\cdot\frac{r}{2}\sqrt{3}$

por lo tanto CD = $r\sqrt{3}$, de donde la clave es la opción A.

La contestó bien un poco más de la quinta parte del grupo y la mitad de él la omitió. Los errores que se muestran en los distractores B, C, D y E son producto de operatoria errónea con fracciones o de una mala aplicación de las relaciones métricas entre las cuerdas.

4. Las coordenadas del punto **M** respecto del sistema de ejes coordenados aparecen en la figura 4. Si la recta **L** es paralela al eje y, entonces ¿cuál(es) de las aseveraciones siguientes es(son) verdadera(s) ?

I) (2, – 3) es el punto simétrico de **M** respecto al **eje x**.
II) (– 6, 3) es el punto simétrico de **M** respecto de **L**.
III) (– 2, 3) es el punto simétrico de **M** respecto al **eje y**.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

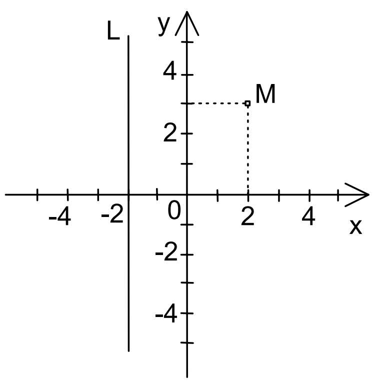


fig. 4

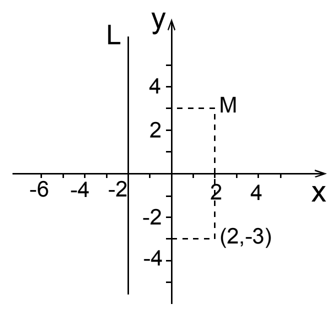
Las transformaciones isométricas era un tema no tradicional dentro de los programas de Matemática de la Enseñanza Media, contenido que fue incluido en los nuevos programas de la reforma educacional, la cual se comenzó a enseñar a partir de 1999, debido a su relación cercana con la congruencia.

La importancia de incorporarlo, radica en la relevancia que tiene, tanto en el desarrollo de habilidades asociadas al sentido espacial, como al dominio de propiedades geométricas de algunas figuras y como aporte al desarrollo de habilidades intelectuales del educando.

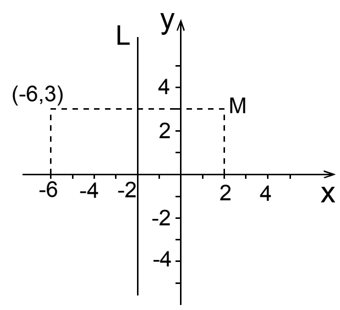
El ejercicio que se analiza es una aplicación de las simetrías en un sistema de ejes coordenados. Se da un enunciado ubicándolo en el contexto del plano cartesiano dando un punto **M** y una recta **L** paralela al **eje y**; se deben analizar las tres afirmaciones que se enuncian, para determinar el valor de verdad de cada una de ellas, para luego elegir la opción correcta.

Al desarrollar el ítem el alumno debe mirar el punto **M** con respecto a tres rectas diferentes para determinar si se cumple la simetría consultada.

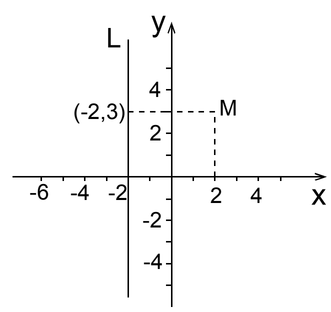
Tomando la primera aseveración y ubicando el punto (2, –3) en el sistema, se determina que él es simétrico con M, respecto al eje x, pues la distancia entre M y el eje x es igual a la distancia entre el eje x y el punto (2, –3).



Al ubicar el punto (–6, 3) en el sistema de ejes coordenados se constata que éste es simétrico al punto M, respecto a la recta L, ya que la distancia entre el punto M y la recta L es igual a la distancia entre la recta L y el punto (–6, 3).



Procediendo de la misma forma, se puede ver que el punto (–2, 3) es simétrico al punto M, respecto al eje y.



Sólo el 21,2% de los alumnos contestaron correctamente el ítem (opción E) y la omisión llegó a un 54%. Esto indica que es un contenido que todavía no ha sido tratado en forma habitual en el nivel que corresponde. El 16% reconoce la simetría cuando está referida a los ejes x e y, como aparece en el distractor C, pero no la reconocen frente a una recta distinta de los ejes.

5. En la figura 5, ABCD es un rectángulo que se ha dividido en seis cuadrados congruentes. Si los arcos corresponden a cuartos de círculo, entonces ¿cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s)?

I) La suma de las áreas sombreadas es igual al área de un círculo de radio $\frac{1}{2}\overline{BC}$.

II) La suma de los perímetros de las áreas sombreadas es igual al perímetro de una circunferencia de radio $\frac{1}{3}\overline{AB}$.

III) La suma de los perímetros de las regiones sombreadas es mayor que el perímetro de ABCD.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

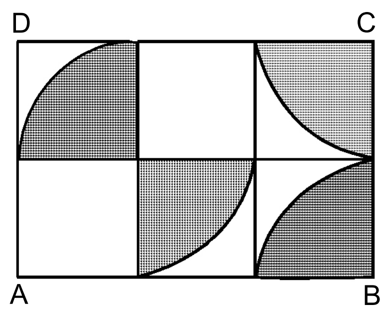


fig. 5

Este ítem es de 1[er] Año de Enseñanza Media y su contenido se refiere a la congruencia de figuras planas.

Al analizar la afirmación I), se llega a la conclusión que ella es verdadera. En efecto, los cuadrados al ser congruentes tienen todos igual lado $\frac{1}{2}\overline{BC}$ y como se tienen 4 cuartas partes de un círculo, todas iguales entre sí y de radio $\frac{1}{2}\overline{BC}$, entonces la suma de las áreas sombreadas es igual al área de un círculo de dicho radio.

En la afirmación II), la suma de los perímetros de las áreas sombreadas es $8\cdot\frac{1}{2}\overline{BC} + 2\pi\cdot\frac{1}{2}\overline{BC}$ y el perímetro de una circunferencia de radio $\frac{1}{3}\overline{AB}$ es $2\pi\cdot\frac{1}{3}\overline{AB}$ y como $\frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC}$, entonces el perímetro de la circunferencia aludida es $2\pi\cdot\frac{1}{2}\overline{BC}$, por lo que es falso que ambas tengan igual perímetro.

La afirmación III) es verdadera, porque la suma de los perímetros de las regiones sombreadas es

$$8\cdot\frac{1}{2}\overline{BC} + 2\pi\cdot\frac{1}{2}\overline{BC} = 4\overline{BC} + \pi\overline{BC} = \overline{BC}(4+\pi)$$

que es mayor que el perímetro del rectángulo ABCD, es decir, $10\cdot\frac{1}{2}\overline{BC} = 5\overline{BC}$.

Este ítem resultó difícil y la omisión fue alta (42,2%), el distractor D fue el más llamativo, la cuarta parte de quienes lo abordaron se inclinó por él.

6. En la circunferencia de centro O de la figura 6, $\overline{OE}$ es bisectriz del $\sphericalangle$ AOB y el $\sphericalangle$ EAB mide 20°. Si M está sobre la circunferencia, entonces el $\sphericalangle$ AMB mide

A) 20°
B) 25°
C) 35°
D) 40°
E) 50°

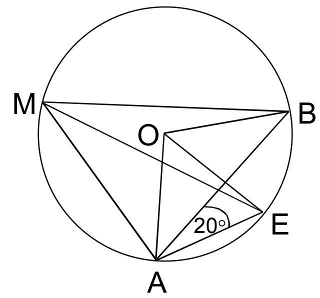


fig. 6

Para resolver el problema el alumno debe recordar que ***"El ángulo inscrito en una circunferencia tiene por medida la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco"***.

Así se puede deducir que el ángulo del centro EOB mide 40° ya que subtiende el mismo arco que el ángulo inscrito EAB. Como $\overline{OE}$ es bisectriz del $\sphericalangle$ AOB, el ángulo AOE mide 40°. Por lo tanto, $\sphericalangle$ AOB = 80°.

Procediendo de la misma forma, el ángulo inscrito AMB subtiende el mismo arco que el ángulo del centro AOB, de donde $\sphericalangle$ AMB = 40°.

Esta pregunta sencilla, en la cual se tienen que distinguir ángulos inscritos, ángulos del centro y recordar la relación existente entre ellos, para luego poder aplicarla en la resolución del problema, resultó muy difícil para el grupo que la abordó y la omisión sobrepasó el 50%.

Uno de los distractores más elegidos es el A y corresponde a encontrar el valor del ángulo AME o el ángulo EMB, que valen cada uno 20°, y no se detienen a analizar si dicho valor da respuesta a lo pedido en el ejercicio.

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

INFORMATIVO UN

DEPARTAMENTO DE EVALUACIÓN, MED

Informaciones del DEMRE

PRUEBA DE ENSAYO

La Universidad de Chile aplicará el día SÁBADO 21 DE AGOSTO, a nivel nacional, un ensayo de las pruebas obligatorias contempladas en el Proceso de Admisión a las Universidades del H. Consejo de Rectores.

Este ensayo, que será coordinado por el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional, DEMRE, a través de sus Secretarías de Admisión, tiene como objetivo que todos los alumnos de establecimientos educacionales, inscritos en el actual Proceso de Selección, tengan la oportunidad de participar en un ensayo de las Pruebas de Lenguaje y Comunicación y Matemática en similares condiciones a las pruebas oficiales del mes de diciembre.
La realización de esta actividad NO TIENE COSTO para el establecimiento.

INSCRIPCIÓN PRUEBA DE ENSAYO

Se recuerda a los establecimientos educacionales que estén interesados en inscribirse para esta PRUEBA DE ENSAYO que el último día para entregar las solicitudes de participación será el día viernes 6 de agosto.

SOLICITUD

El FORMULARIO DE REGISTRO o SOLICITUD DE PARTICIPACIÓN se encuentra disponible en el sitio web www.demre.cl, en el link "Ensayo PSU".
Una vez llenado, debe entregarlo en la Secretaría de Admisión más cercana.

RETIRO DE MATERIAL

La entrega del material para la aplicación del ensayo se realizará en las correspondientes Secretarías de Admisión, de acuerdo a la cantidad de inscritos para la PSU que tenga cada establecimiento. El calendario es el siguiente:

Martes 17 de agosto:
Establecimientos con hasta 20 inscritos.

Miércoles 18 de agosto:
Establecimientos que tienen entre 21 y 60 inscritos.

Jueves 19 de agosto:
Establecimientos con más de 60 inscritos.

MATERIALES QUE DEBE RETIRAR

Cada establecimiento inscrito en el ensayo recibirá los siguientes materiales:

- Acta de Aplicación.
- Asistencia de Postulantes por Sala.
- Instructivo.
- Folletos de Pruebas Obligatorias de Matemática y Lenguaje y Comunicación, de acuerdo a la cantidad de alumnos inscritos para rendir las PSU.
- Hojas de Respuestas de Pruebas Obligatorias de Matemática y Lenguaje y Comunicación, de acuerdo a la cantidad de alumnos inscritos para rendir las PSU.

APLICACIÓN A NIVEL NACIONAL

La aplicación será a nivel nacional el día SÁBADO 21 DE AGOSTO, de acuerdo al siguiente horario:

09:00 hrs.: Prueba de Lenguaje y Comunicación.
Tiempo máximo 2 hrs. 30 min.

12:30 hrs.: Prueba de Matemática.
Tiempo máximo 2 hrs. 15 min.

Los establecimientos educacionales de Isla de Pascua, Puerto Williams, Chile Chico y Cochrane, aplicarán esta prueba en fechas a definir con el correspondiente Secretario de Admisión.

QUIÉNES PUEDEN ASISTIR A LA APLICACIÓN

EN LA APLICACIÓN DEL ENSAYO SÓLO SE ACEPTARÁN ALUMNOS QUE ASISTAN CON SU TARJETA DE IDENTIFICACIÓN, PUES SE TIMBRARÁ COMO CONSTANCIA DE SU PARTICIPACIÓN EN EL MISMO.

NIVERSIDAD DE CHILE

MEDICIÓN Y REGISTRO EDUCACIONAL (DEMRE).

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

FOLLETOS DE PRUEBAS OBLIGATORIAS

Terminada la aplicación de las pruebas, SOLAMENTE LOS FOLLETOS QUEDARÁN EN PODER DE LOS ALUMNOS.

ENTREGA DE HOJAS DE RESPUESTAS Y MATERIAL ANEXO

A partir del día lunes 23 de agosto, de 9:00 hrs. a 18:00 hrs., los establecimientos educacionales deberán hacer entrega, en las Secretarás de Admisión, de las hojas de respuestas y actas de aplicación, para su posterior procesamiento. EN SANTIAGO se podrá hacer entrega a partir del mismo sábado (de 15:30 hrs. a 18:00 hrs.) en las dependencias del DEMRE, ubicadas en Av. José Pedro Alessandri Nº 685, Ñuñoa. El plazo máximo de entrega será el día jueves 26 de agosto.

PREUNIVERSITARIOS

Los Preuniversitarios interesados en participar en este ensayo deberán dirigirse a la Secretaría de Admisión más cercana, y llenar una solicitud que puede ser entregada hasta el día viernes 6 de agosto, la cual será estudiada, y de ser aceptada, deberá entregar en diskette la nómina de los alumnos EXCLUSIVAMENTE DE PROMOCIONES ANTERIORES inscritos para rendir las PSU, con su correspondiente RUT. Por cada alumno deberá cancelar una suma de $3.000 pesos por concepto de costos operacionales. El DEMRE asignará códigos y mediante un proceso de pareo eliminará a cualquier alumno de la promoción del año incluido en esta nómina.
Estos preuniversitarios se someterán a las mismas condiciones de plazos que se establece para los establecimientos educacionales.

CLAVES DE PRUEBAS DE ENSAYO

Las claves de las respuestas correctas serán publicadas en la página www.demre.cl a partir del día lunes 23 de agosto.

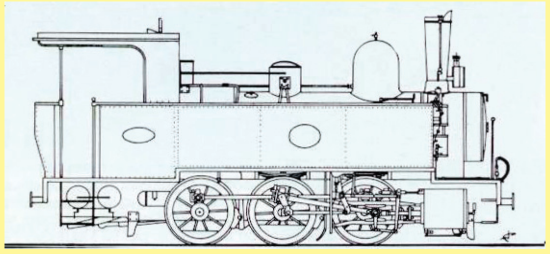
CONSULTAS Y MAYORES INFORMACIONES

Secretarías de Admisión del DEMRE a lo largo del país.

Mesa de Ayuda del DEMRE:
Fono: (02) 6783806 – 6783818 – 6783833 – 6783835 – 6783838
www.mesadeayuda.demre.cl

EJEMPLO DE PREGUNTA DE LA PSU

PRUEBA DE HISTORIA Y CIENCIAS SOCIALES



Eje temático: Universalización de la cultura
Subunidad: La era de las revoluciones y la conformación del mundo contemporáneo

La Revolución Industrial del siglo XVIII en Europa significó, en los aspectos económicos y sociales, entre otros,

I) la aplicación de nuevas tecnologías en el proceso de producción.
II) la expansión mercantil europea producto del crecimiento del mercado.
III) la emigración de la población desde las ciudades industriales.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III

7. Si $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) $\operatorname{sen} \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

II) $\operatorname{sen} \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

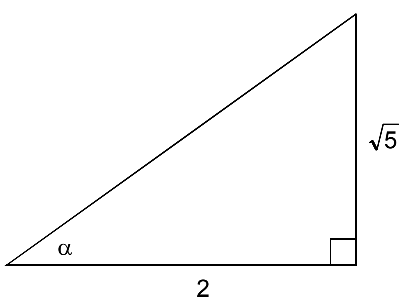
III) $\cos \alpha = \dfrac{2}{3}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

Este problema corresponde al contenido de "**razones trigonométricas en el triángulo rectángulo**", que está en 3er Año de Enseñanza Media.

Para resolver este ítem se debe interpretar la información que nos entrega el enunciado y recordar que las razones trigonométricas se definen en un triángulo rectángulo, donde $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$.

Así, el valor de $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ se representa en un triángulo rectángulo del modo siguiente:



Aplicando el Teorema de Pitágoras, encontramos el valor de la hipotenusa que es 3.

Luego, por la definición del sen α (cateto opuesto partido por la hipotenusa) se tiene que $\operatorname{sen} \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, de donde II) es verdadera, por lo que I) es falsa.

De la misma manera encontramos el valor del cos α (cateto adyacente partido por la hipotenusa) obteniendo $\cos \alpha = \dfrac{2}{3}$, por lo tanto la opción correcta es la E.

Este ítem cuya resolución, como hemos visto, no es complicada, resultó difícil para el grupo y la alta omisión que presentó, refleja un desconocimiento de este tema.

8. En la figura 7, ABE es un triángulo rectángulo en A donde BE = 5, entonces el área del cuadrado ABCD, en función de α, mide

A) $25\operatorname{sen}^2 \alpha$
B) $25\cos^2 \alpha$
C) $5\cos^2 \alpha$
D) $25\operatorname{sen} \alpha$
E) $5\operatorname{sen}^2 \alpha$

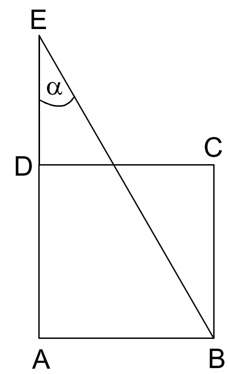


fig. 7

Los alumnos deben comprender muy bien las ***Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo que relaciona medidas de ángulos con longitudes de lados***, para así poder aplicarlas correctamente en la resolución de este ítem.

Para encontrar el área del cuadrado ABCD, es necesario determinar el valor de uno de sus lados, en esta oportunidad se determina $\overline{AB}$ pues corresponde a un cateto del Δ ABE.

Por el enunciado del problema se tiene que BE = 5 y que ABE es un triángulo rectángulo en A, entonces se puede aplicar la siguiente razón trigonométrica:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{5}, \quad \text{despejando } \overline{AB} \text{ resulta}$$

$5\operatorname{sen} \alpha = \overline{AB}$, que corresponde a un lado del cuadrado, luego el área es

$5\operatorname{sen} \alpha \cdot 5\operatorname{sen} \alpha = 25\operatorname{sen}^2 \alpha$, que aparece en la opción A.

La alta omisión (65%) demuestra que esta forma de preguntar el contenido de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo no es un estímulo rutinario para los alumnos, de ahí que menos de la quinta parte del grupo lo abordara correctamente.

9. En la figura 8, $\overline{AB}$ es el diámetro de la semicircunferencia de centro O, $\overline{DC} \perp \overline{AB}$, entonces ¿cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) **siempre** correcta(s) ?

I) $x : z = z : y$
II) $x : z = z : (x + y)$
III) $x : y = y : z$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y III
E) Ninguna de ellas

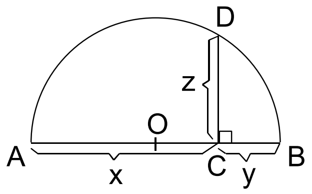


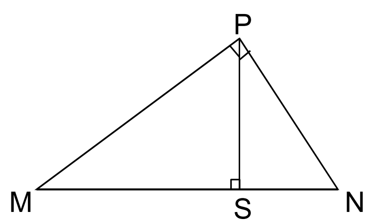
fig. 8

El alumno en primer lugar debe ser capaz de deducir que: al unir los puntos A, D y B se forma el Δ ABD rectángulo en D, pues está inscrito en una semicircunferencia.

A continuación, tiene que comprobar cuáles de las tres proporciones que se muestran son verdaderas; para ello debe recordar la unidad de 3er Año de Enseñanza Media sobre la proporcionalidad en el triángulo rectángulo, relativo a la altura, enunciado en el Teorema de Euclides :

"La altura correspondiente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es media proporcional geométrica entre las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa".

Lo anterior se explica de la siguiente manera: en el Δ MNP, la altura correspondiente a la hipotenusa es PS, la proyección del cateto $\overline{MP}$ sobre la hipotenusa $\overline{MN}$ es $\overline{MS}$ y la proyección del cateto $\overline{PN}$ sobre la misma hipotenusa es $\overline{SN}$, luego el teorema queda expresado como:



$$\overline{MS} : \overline{PS} = \overline{PS} : \overline{SN}$$

Aplicando esta sencilla relación se comprueba fácilmente que la primera afirmación es verdadera, es decir, con los datos de la figura se tiene:

AC : CD = CD : CB, que traduciéndolo de otra manera corresponde a:

x : z = z : y, luego la respuesta se encuentra en A, la cual es contestada sólo por el 16,8% del grupo que aborda el ítem. Analizando las otras dos proporciones se comprueba que no se cumplen.

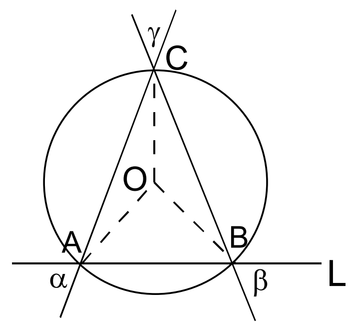
En general, los problemas de geometría resultan difíciles para los estudiantes, en este caso, lo omitió el 56,3% y el 18% prefirió marcar la opción E indicando que no visualizan ninguna relación en la figura, o se inclinan por otra combinación que no se presenta en las opciones.

10. En la figura 9, O es el centro de la circunferencia y Δ ABC es isósceles tal que $\overline{AC} = \overline{BC}$. Las medidas de los ángulos α, β y γ se pueden determinar si :

(1) $\sphericalangle$ BOC = 140°
(2) $\sphericalangle$ AOB = 80°

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

fig. 9



El contenido de esta pregunta está referido a criterios de congruencia de triángulos.

Es un ítem llamado de suficiencia de datos y que corresponde a las últimas 7 preguntas de la prueba. Recordemos que en este tipo de ejercicios no se le pide que dé la solución al problema, sino que el alumno debe decidir si con los datos proporcionados en el enunciado más los indicados en las afirmaciones (1) y/o (2) son suficientes para llegar a la solución pedida.

Al analizar los datos entregados en el enunciado, se puede determinar que Δ AOC es congruente con Δ BOC (por el criterio LLL), pues,

$\overline{AC} = \overline{BC}$ (por el enunciado) y $\overline{OC} = \overline{OA} = \overline{OB} =$ radio.

Luego cada uno de estos triángulos señalados son isósceles de bases $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, respectivamente y en donde los ángulos basales son todos iguales entre sí :

$$\sphericalangle ACO = \sphericalangle OAC = \sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC$$

Con la afirmación (1), se puede determinar la medida de $\sphericalangle$ OCB y, por lo tanto, la del $\sphericalangle$ OCA que es igual debido a la congruencia de los triángulos señalados.

Lo anterior permite determinar el valor del $\sphericalangle\,\gamma$, pues es opuesto por el vértice con $\sphericalangle$ ACB.

En el Δ ABC sus ángulos basales son iguales ($\sphericalangle$ CAB = $\sphericalangle$ CBA), esto permite determinar los valores de α y β, pues ya se conoce la medida de $\sphericalangle$ ACB. Por lo tanto, (1) por sí sola sirve para determinar lo pedido.

Al analizar los datos de la afirmación (2) y dado que por la congruencia de los triángulos AOC y BOC se sabe que $\sphericalangle$ BOC = $\sphericalangle$ AOC, se deduce la medida de cada uno de ellos, pudiendo hacer de nuevo el mismo análisis anterior y llegar a la conclusión que (2) por sí sola, también sirve. Por lo tanto, la clave es D.

Este ítem se puede resolver también, usando las propiedades de ángulo del centro y de ángulo inscrito en una circunferencia.

Si analizamos (1): como el arco subtendido por $\sphericalangle$ BOC (ángulo del centro) es igual al arco subtendido por $\sphericalangle$ BAC (ángulo inscrito), se puede concluir que el valor del $\sphericalangle$ BAC es la mitad de la medida del $\sphericalangle$ BOC y, por lo tanto, se puede determinar el ángulo α que es opuesto por el vértice con $\sphericalangle$ BAC.

Como el Δ ABC es isósceles de base $\overline{AB}$, se deduce que $\sphericalangle$ BAC = $\sphericalangle$ ABC = β.

Además (1) también permite determinar $\sphericalangle\,\gamma$, al conocer los ángulos basales del triángulo ABC.

Por lo tanto, (1) por sí sola sirve.

Al analizar (2), como $\sphericalangle$ AOB (ángulo del centro) subtiende igual arco que $\sphericalangle$ ACB (ángulo inscrito), se puede determinar $\sphericalangle\,\gamma$ como la mitad de la medida del $\sphericalangle$ AOB.

También se sabe que el triángulo ABC es isósceles por los datos entregados en el enunciado del problema, determinándose así la medida de los $\sphericalangle$ CAB y $\sphericalangle$ ABC, luego $\sphericalangle\,\alpha$ y $\sphericalangle\,\beta$ se determinan por ser opuestos por el vértice a los respectivos ángulos basales.

Luego, (2) por sí sola, también sirve, por lo que la opción D es la correcta.

La pregunta resultó difícil y cerca de un tercio de las personas que la enfrentaron la omitió.

EJEMPLOS Y COMENTARIOS DE PREGUNTAS REFERIDAS AL EJE TEMÁTICO ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. Dados los pesos de 10 niños : 42 kg, 38 kg, 46 kg, 40 kg, 43 kg, 48 kg, 45 kg, 43 kg, 41 kg y 39 kg. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s) ?

   I) La moda de la distribución es 43 kg.
   II) El promedio es menor que 43 kg.
   III) La mediana coincide con la moda.

   A) Sólo I
   B) Sólo I y II
   C) Sólo I y III
   D) Sólo II y III
   E) I, II y III

La pregunta apunta a los contenidos de las medidas de tendencia central, como son la moda, mediana y media aritmética (promedio).

Para determinar el valor de verdad de la primera afirmación se debe recordar que la **moda** de un conjunto de números es el valor que ocurre con mayor frecuencia. En este caso, se observa que el 43 es el valor que se repite dos veces y pasa a ser el más frecuente, por lo tanto, la afirmación es verdadera.

Para determinar el valor de verdad de la segunda afirmación se debe recordar que el **promedio** de un conjunto N de número x_1, x_2, x_3, ..., x_n se denota por $\overline{x}$ y se define por

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

Al calcular el promedio, esta afirmación es verdadera, ya que

$$\frac{42+38+46+40+43+48+45+43+41+39}{10} = \frac{425}{10} = 42{,}5 \text{ kg}$$

Finalmente, la tercera afirmación dice relación con la **mediana y la moda.** Se sabe que la **mediana** es el valor central de los datos, una vez ordenados de menor a mayor. Si el número de datos es par, se toma el valor medio de los dos centrales. En este ejercicio hay 10 datos donde los valores centrales son 42 kg y 43 kg, luego la mediana es $\frac{42\text{ kg} + 43\text{ kg}}{2} = 42{,}5$ kg.

Por lo tanto, la afirmación III) es falsa.

La contestó el 32% correctamente y un cuarto de la población la omitió. El 18% del grupo que abordó el ítem considera que las tres afirmaciones son verdaderas.

2. Una persona que participa en un concurso, debe responder Verdadero o Falso a una afirmación que se le hace en cada una de seis etapas. Si la persona responde al azar, la probabilidad de que acierte en las seis etapas es de

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{6}$

C) $\frac{1}{12}$

D) $\frac{1}{32}$

E) $\frac{1}{64}$

Este es un ítem del contenido de probabilidad y corresponde a 2º Año de Enseñanza Media.

Este "experimento" tiene seis etapas que produce un espacio muestral, con séxtuplos de verdadero y falso : total de elementos $2^6 = 64$.

Como en cada etapa la probabilidad de acierto es de $\frac{1}{2}$ y son seis ocasiones en las que debe responder, la probabilidad total de aciertos en las seis etapas es de $\frac{1}{64}$.

Este ítem resultó difícil, sin embargo la omisión (11%) no fue alta, lo que indica que, para el 65% de las personas que lo abordaron incorrectamente es un tipo de ejercicio que se ve en la sala de clases, pero el contenido no ha sido internalizado en forma correcta por los alumnos.

El más llamativo de los distractores fue B y fue elegido por aquellos alumnos que no tienen claro como se define un espacio muestral y dicen que éste es 6, por ser seis las etapas en que participa.

3. El gráfico de la figura 1, representa las notas obtenidas por 15 niños en una prueba. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s) ?

I) La mediana es 5.
II) La moda es 5.
III) La media aritmética (promedio) es 4,7.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

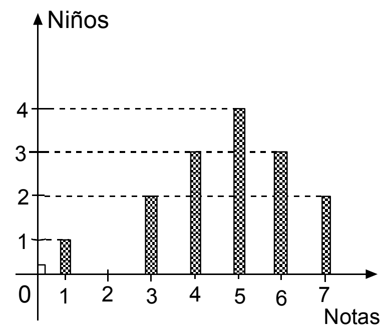


fig. 1

El contenido de la pregunta se refiere a "**Graficación e interpretación de datos estadísticos provenientes de diversos contextos**".

Para responderla correctamente, el alumno debe tener claro el procedimiento para calcular las medidas de tendencia central.

Para este problema, la mediana es el valor que se encuentra en la mitad de los datos una vez ordenados de menor a mayor.

Para visualizar mejor este concepto, interpretamos los datos del gráfico de la siguiente manera:

Notas: 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5, **5**, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7

En este caso el número total de niños es 15, por lo tanto, el valor de la mediana debe corresponder a la octava nota que es el 5.

La moda es el valor que más se repite en una distribución, en este caso, es la nota 5,0, porque la obtuvieron un mayor número de niños, que fue 4.

En este ítem para determinar el promedio o media aritmética, se debe realizar la siguiente operación:

$$\frac{1\cdot 1 + 2\cdot 0 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3 + 5\cdot 4 + 6\cdot 3 + 7\cdot 2}{15} = \frac{71}{15} = 4{,}7\overline{3}$$

Por lo que el promedio es la nota 4,7 , considerándola con un solo decimal.

Luego la clave es E.

Esta pregunta resultó difícil para el grupo que rindió esta prueba y la omitió la tercera parte de ellos.

4. Se lanzan dos dados, uno a continuación del otro. Sabiendo que la suma de los puntos obtenidos es 6, la probabilidad de que en un dado aparezca un 2 es

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{2}{36}$

C) $\frac{5}{36}$

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{1}{6}$

Este es un ítem del contenido de probabilidad y corresponde a 2º Año de Enseñanza Media.

Como se sabe por el enunciado que "la suma de los puntos debe ser 6", hay sólo 5 posibilidades en las que esta suma pueda ocurrir :

1^{er} dado	2º dado	suma
1	5	6
2	4	6
3	3	6
4	**2**	6
5	1	6

Y como la otra condición que pone el enunciado del problema es que "la probabilidad de que aparezca un 2" en el 1^{er} dado o en el 2º dado, se remite a dos casos, resulta 2 de 5.

Por lo tanto, la clave es A.

Resultó muy difícil y el 69% de las personas que lo abordaron, se repartieron entre los distintos distractores.

El distractor más llamativo fue E, que corresponde a aquellos alumnos que dicen que la probabilidad de que salga un 2 al lanzar un dado es 1 de 6, no habiendo entendido bien el enunciado. En forma similar llegan a D, tomando los 2 casos que ocurren de 6.

Otro grupo toma el espacio muestral como 36, sin reparar que ya se sabe que la suma obtenida es 6, razonan de la misma forma anterior y llegan a B y C.

La quinta parte de las personas que rinden la prueba omiten este ítem.

5. Veinte números tienen un promedio de 20; doce de los números tienen un promedio de 8. ¿Cuál es el promedio de los otros ocho números ?

A) 12
B) 38
C) 62
D) 28
E) Ninguno de los anteriores

El contenido de la pregunta se relaciona con una de las medidas de tendencia central.

Si llamamos **y** a la suma de los 12 números, entonces $\frac{y}{12} = 8$, de donde $y = 96$.

Sea **x** la suma de los otros 8 números, entonces se tiene:

$$\frac{x + y}{20} = 20 \quad (x + y \text{ es la suma de los 20 números})$$

$$\frac{x + 96}{20} = 20$$

$$x = 400 - 96$$

$$x = 304 \quad (\text{ suma de los 8 números})$$

Luego el promedio de estos 8 números es:

$$\frac{x}{8} = \frac{304}{8} = 38.$$ Por lo que la clave es B.

Esta pregunta resultó muy difícil y la omitió casi la mitad de los alumnos que la abordaron.

El distractor A fue elegido por aquellos alumnos que dicen que, como el promedio de los doce números restantes es 8, el promedio de los ocho números que se piden debe ser la diferencia que es de 12, sin realizar cálculo alguno.

UNICO DIARIO OFICIAL DE LA PSU
EL MERCURIO

PREPÁRATE CON LOS DOCUMENTOS OFICIALES DE LA PSU.

Todos los miércoles no te pierdas GRATIS los Documentos Oficiales de la PSU que sólo El Mercurio te puede entregar.

GRATIS miércoles 11 de Agosto

Prepárate con el Documento Oficial de la PSU que sólo El Mercurio te puede entregar gratis todos los miércoles.

No te pierdas junto a El Mercurio la serie de documentos oficiales para el Proceso de Admisión a la Universidad 2005, elaboradas por la Universidad de Chile (DEMRE) y el Consejo de Rectores.

Miércoles 11 de Agosto

SERIE CONSEJO DE RECTORES
- Universidades del H. Consejo de Rectores
- Zona Sur (8ª Región a 12ª Región)

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

AUSPICIA

ENTEL PCS
DE TODAS MANERAS ®

El Mercurio, educando a diario.

EL MERCURIO

¡La Carguita regresó!
ENTEL PCS
Carguita Feliz
103 OPCION 4
500 MENSAJES DE TEXTO
a móviles Entel PCS
+ 10 MINUTOS
Todo horario a móviles Entel PCS y red fija.
+ 30 sms info
Horóscopo - Humor - Deporte
= $2.500
La Carguita Feliz de Entel PCS está mejor que nunca, porque ahora trae 500 mensajes de texto, 10 minutos y 30 SMS Info, para que recibas todos los días un mensaje en tu móvil con lo mejor del humor, horóscopo o deportes.
CÓMPRALA:
• Llamando desde tu Entel PCS al 103 opción 4
• En www.entelpcs.cl
Digita desde tu Entel PCS *102# y consulta el saldo de tu Carguita Feliz.
AHORA TAMBIÉN PARA CLIENTES CON PLANES CUENTA CONTROLADA.
CÓMPRALA HASTA EL 16 DE AGOSTO.
Válido entre el 18/07/2004 y el 16/08/2004 para planes personas. Vigencia 30 días corridos, debiendo mantener un saldo mayor a $7. Minutos no válidos para telefónicas rurales. Primera consulta *102# del día gratis, las siguientes se cobrarán $50.
Sólo primera Carguita Feliz incluye los 30 SMS Info. Bases ante notaría Nancy de la Fuente. Bases disponibles en sucursales Entel PCS o www.entelpcs.cl Valores IVA incluido.
WWW.ENTELPCS.CL
ENTEL PCS
DE TODAS MANERAS ®