

psu

EN EL MERCURIO

EN ESTAS PÁGINAS TAMBIÉN ENCONTRARÁS LA SEGUNDA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA, EN LA QUE SE COMENTAN LAS PREGUNTAS N° 20 A LA N° 38. ÉSTAS CORRESPONDEN AL EJETEMÁTICOS DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES.



USO DE PUNTAJE PSU EN DOS PROCESOS DE ADMISIÓN CONSECUTIVOS:

¿PIERDO MI BECA O CRÉDITO?



POSTULANTES QUE UTILIZARÁN SUS PUNTAJES PSU 2010:

# Atención a las becas y créditos

UNA DE LAS PRINCIPALES DUDAS DE QUIENES UTILIZARÁN SU PUNTAJE PSU DEL AÑO PASADO EN EL PROCESO DE ADMISIÓN 2012 Y TIENEN UN BENEFICIO DEL ESTADO EN MATERIA DE FINANCIAMIENTO, ES SI LO PERDERÁN O NO. A CONTINUACIÓN, ALGUNAS ACLARACIONES DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN.

Como hemos mencionado en artículos anteriores, a partir de este año, el puntaje PSU tendrá validez en dos procesos de admisión consecutivos. Es así como quienes rindieron el examen de selección en 2010 podrán utilizar sus puntajes en el proceso que se realizará este año sin tener la obligación de rendir nuevamente las pruebas.

De esta manera, los estudiantes que no obtuvieron el puntaje necesario para matricularse en la carrera que les interesaba y volverán a rendir la PSU; quienes obtuvieron buenos resultados el año pasado y quieren volver a postular con su puntaje a otro programa, o quienes tuvieron buenos resultados, pero igualmente rendirán el examen de admisión este año para cambiarse de carrera o univer-

sidad se verán beneficiados por esta medida, ya que el sistema les permitirá postular con su puntaje 2010, 2011 o con ambos. En el caso de postular con los dos, el sistema escogerá automáticamente el bloque que logra una ponderación más alta, de acuerdo a cada una de las ponderaciones planteadas.

¿Pero qué pasa con las becas y créditos estatales al aplicar esta nueva disposición? ¿Se pierden? No necesariamente. En el Ministerio de Educación han resuelto, por ejemplo, que los estudiantes que hagan uso de su puntaje PSU por segunda vez y ya son beneficiarios de una beca por sus resultados 2010 podrán acceder de nuevo al beneficio, el cual tendrá una duración por el plazo formal de la nueva carrera, menos el año

que ya fue utilizado. Las únicas excepciones en este caso debieran ser las becas que señalen específicamente estar orientadas a los egresados de cuarto medio, como la Beca de Excelencia Académica.

Los alumnos que hayan obtenido el Fondo Solidario de Crédito Universitario para el año académico 2011, por su parte, y que quieren utilizar una vez más su puntaje en el proceso que viene podrán optar nuevamente al crédito por un plazo máximo equivalente al periodo formal de duración de la nueva carrera más un 50% de tiempo adicional.

En el caso del Crédito con Aval del Estado, no se registrará un gran cambio, ya que la regulación actual dispone que para su postulación son válidas las tres últimas PSU

rendidas. De esta manera, no hay problema con que un estudiante utilice por segundo año consecutivo su puntaje.

En el Ministerio de Educación utilizarán distintos canales para informar a la población estudiantil sobre estos cambios. Uno de ellos será una mesa de ayuda, y otro, los encargados de Ayudas Estudiantiles de las instituciones de educación superior involucradas, por lo que hay que mantenerse al tanto.

Las personas interesadas en acceder a primer año deben considerar que el periodo de postulación para las becas y créditos que otorga el Estado se realizará en noviembre, a través del sitio [www.becasycreditos.cl](http://www.becasycreditos.cl) o [www.ingresa.cl](http://www.ingresa.cl), en el caso del Crédito con Aval del Estado.

## ADVERTIR LAS DIFERENCIAS

Los postulantes deben considerar que las becas y créditos estatales no están orientados para todos los alumnos de instituciones de educación por igual. Algunos son exclusivamente para estudiantes de planteles del

Consejo de Rectores, a otros también pueden acceder los de instituciones privadas y a otros, los de CFT e IP. También hay que recordar que los alumnos de las ocho universidades privadas que adhirieron al proceso único de

las tradicionales no podrán optar a los mismos beneficios que las primeras sólo por utilizar el mismo sistema de selección. Las diferencias en ese caso se mantienen.

# RESOLUCIÓN DE LA PRUEBA OFICIAL DE MATEMÁTICA

## PARTE II

### PRESENTACIÓN

Continuando con la difusión de la Prueba Oficial de Matemática publicada el 7 de julio de este año, en esta oportunidad se comentan las preguntas N° 20 a la N° 38. Estos ítemes apuntan a los contenidos del Eje Temático de Álgebra y Funciones y a las Habilidades Cognitivas de Reconocimiento, Comprensión, Aplicación y Análisis, Síntesis y Evaluación. Cabe mencionar que los ítemes de Álgebra de esta publicación corresponden a los contenidos de los niveles de segundo y tercer año medio y los de Funciones de segundo a cuarto año medio.

En cada uno de los ítemes se detalla el contenido involucrado, en algunos casos los contenidos previos que se requieren, junto con el desarrollo de las operaciones a realizar. Además, se señala el grado de dificultad con el que resultó el ítem, su porcentaje de omisión y los errores más frecuentes que llevan al postulante a marcar algunos de los distractores.

Es importante resaltar que los contenidos de Álgebra y de Funciones son fundamentales para resolver problemas tanto en Matemática como en lo referido a otras disciplinas, ya que los conceptos y algoritmos matemáticos facilitan la resolución de una gran cantidad de problemas que se presentan en la vida diaria.

## COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE ÁLGEBRA

### PREGUNTA 20

Si  $m + n = a^x$  y  $m - n = a^y$ , entonces  $m^2 - n^2$  es

- A)  $a^{xy}$
- B)  $a^{x+y}$
- C)  $a^{x-y}$
- D)  $a^{2y}$
- E)  $a^{2xy}$

#### COMENTARIO

Esta pregunta está referida a la operatoria de potencias en contextos literales, en donde el postulante debe factorizar la expresión pedida como el producto de una suma por su diferencia y luego reemplazar los factores obtenidos por las expresiones entregadas en el enunciado.

En efecto,  $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n) = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ , por lo que la alternativa correcta es la B).

Este ítem resultó difícil para los alumnos, puesto que sólo el 21% de quienes lo abordaron lo respondió correctamente y su omisión alcanzó un 34%.

El distractor más marcado fue D) con un 17%, posiblemente los postulantes que optaron por él factorizaron la expresión  $m^2 - n^2$  como un cuadrado de binomio, es decir,  $m^2 - n^2 = (m - n)^2$ , y luego reemplazaron  $(m - n)$  por  $a^y$  obteniendo  $(a^y)^2 = a^{2y}$ .

### PREGUNTA 21

Si  $m^3 - n^3 = a$  y  $m - n = b$ , entonces el valor de  $\frac{a}{b}$  es

- A)  $m^2 + mn + n^2$
- B)  $m^2 - n^2$
- C)  $m^2 - mn + n^2$
- D)  $m^2 + n^2$
- E)  $m^2 + 2mn + n^2$

#### COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con la simplificación de fracciones algebraicas y para resolverla se debe expresar la diferencia de cubos como el producto de dos factores.

$$\text{Así, } \frac{a}{b} = \frac{m^3 - n^3}{m - n} = \frac{(m - n)(m^2 + mn + n^2)}{m - n} = m^2 + mn + n^2$$

De esta manera la alternativa correcta es A), la que fue seleccionada sólo por el 14% de los postulantes que la abordaron, este porcentaje indica que la pregunta resultó difícil para los estudiantes. Su omisión fue de un 46%, considerada alta para un ítem que apunta a una factorización básica.

El distractor B) fue el más marcado por los postulantes, con un 22%, probablemente quienes llegaron a él simplificaron directamente la  $m$  del numerador con la del denominador y de igual manera la  $n$  del numerador con la del denominador, es decir,

$$\frac{a}{b} = \frac{m^{\cancel{3}} - n^{\cancel{3}}}{\cancel{m} - \cancel{n}} = m^2 - n^2$$

### PREGUNTA 22

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$$

- A)  $1 + \sqrt{8}$
- B)  $\sqrt{8}$
- C)  $\sqrt{5}$
- D) 3
- E) Ninguno de los valores anteriores.

#### COMENTARIO

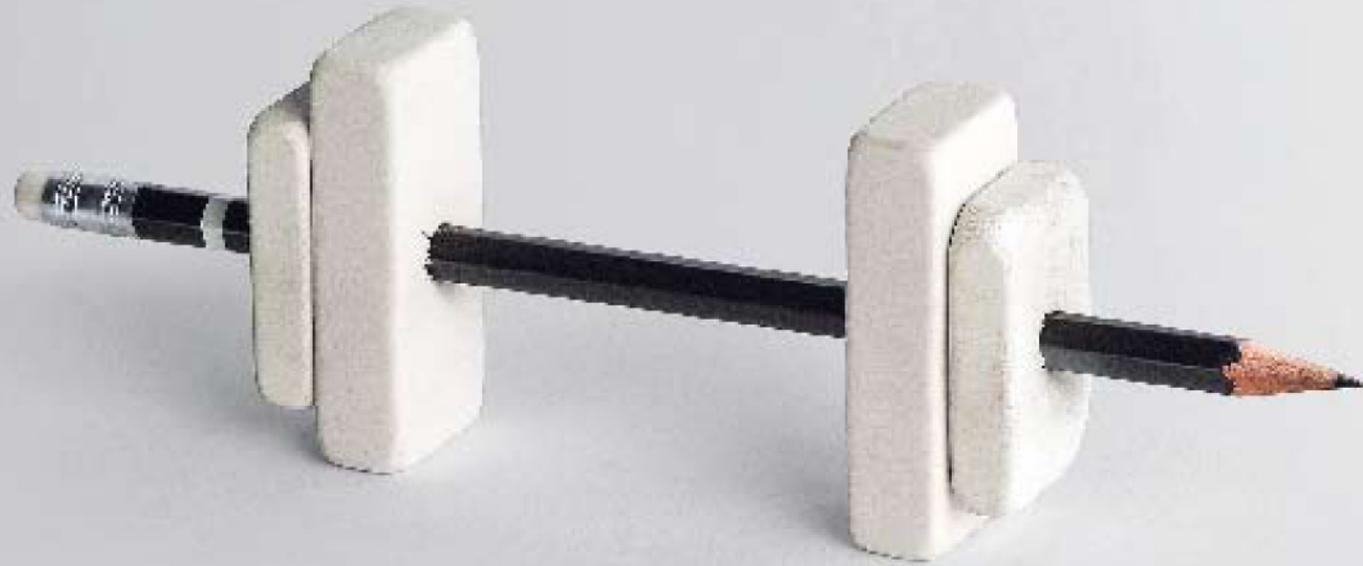
Esta pregunta hace referencia al contenido de raíces y para su resolución se puede aplicar las propiedades de las raíces o se puede aplicar la racionalización de fracciones con denominador irracional.

Es decir, si se aplican las propiedades de las raíces su resolución sería:

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$$

Ahora bien, si se racionaliza, se tiene:





**SANTO  
TOMÁS**

# en- tré nate

**PARA LA PSU**

## CUARTO ENSAYO NACIONAL SANTO TOMÁS 2011

**Sábado 1 de octubre** Inscripciones del 7 al 29  
de septiembre en [www.santotomas.cl](http://www.santotomas.cl)

Mejora tu rendimiento  
en la prueba con  
estas herramientas

- Aplicaciones móviles y web
- Ensayos de PSU ONLINE
- Test vocacional



**DESDE  
TU  
MÓVIL**

DESCARGA todas las contenidos,  
ensayos e información para la PSU  
con tu teléfono móvil.  
Descarga **GRATIS** la aplicación  
PSU ONLINE MÓVIL en  
[www.santotomas.cl](http://www.santotomas.cl)

**DESDE LA  
WEB**



INGRESA a nuestra sitio web  
y encuentra fascículos y test  
vocacional. Te lo damos **ONLINE**  
[psu.utd.cl](http://psu.utd.cl)



**EN  
TU  
DIARIO**

**PÁGINA DE EJERCICIOS**  
Encuétralos los Jueves  
junto a El Mercurio.



Ahora bien, al graficar ambas soluciones como se muestra en la siguiente figura se observa que la intersección de ambos intervalos es vacía, por lo tanto, la respuesta correcta se encuentra en la alternativa C).



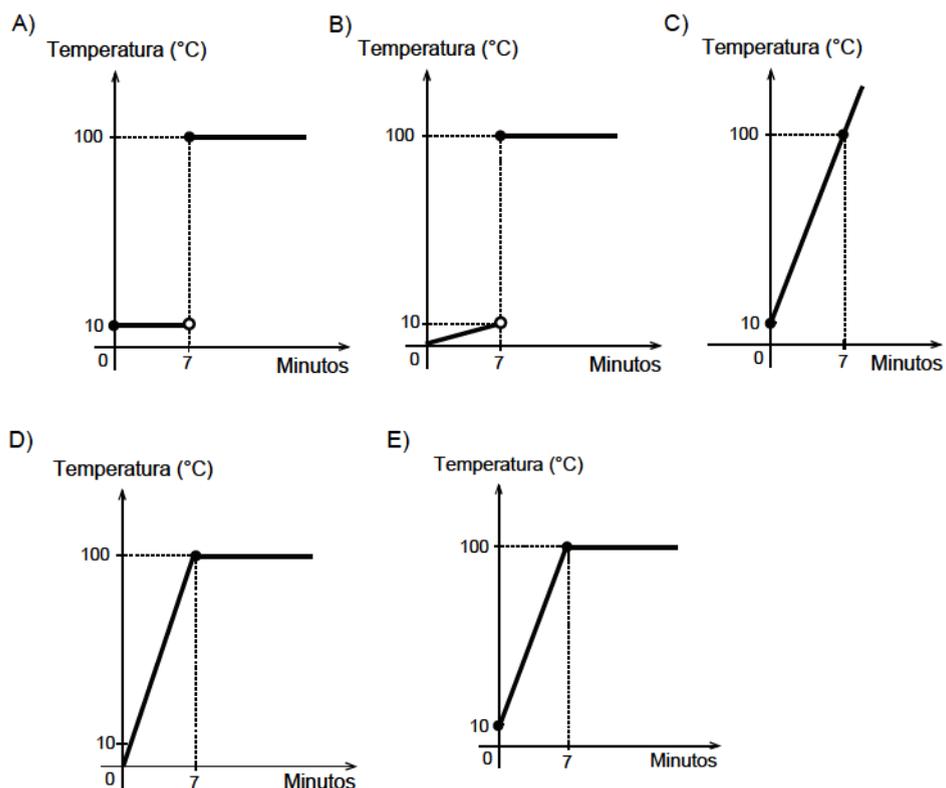
Esta pregunta resultó difícil, ya que el 17% de quienes la abordaron la contestaron correctamente y además, presentó una alta omisión que alcanzó el 62%, lo que demuestra un gran desconocimiento de este contenido en los estudiantes que rindieron esta prueba.

El distractor más marcado por los postulantes fue B) con un 12%, posiblemente el error cometido por quienes optaron por él fue el de no invertir el sentido de la desigualdad al multiplicar ésta por un número negativo, por lo que el conjunto solución para la primera inecuación es  $[-\frac{1}{6}, \infty[$  y para la segunda inecuación es  $]-\infty, \frac{1}{2}]$ . Así, el conjunto solución del sistema estaría dado por la intersección de ambos conjuntos, que sin considerar los extremos sería  $]-\frac{1}{6}, \frac{1}{2}[$ .

## COMENTARIOS DE LAS PREGUNTAS REFERIDAS AL ÁREA TEMÁTICA DE FUNCIONES

### PREGUNTA 26

Se pone a hervir agua que inicialmente estaba a una temperatura de 10 °C. Si su temperatura sube uniformemente durante los primeros 7 minutos hasta alcanzar los 100 °C, estabilizándose la temperatura después de este tiempo, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor este fenómeno?



### COMENTARIO

En esta pregunta el postulante debe ser capaz de modelar la situación descrita en el enunciado a través de la gráfica de rectas.

Es así como, dentro de los datos que se debe identificar está el que inicialmente el agua se encontraba a 10 °C, lo que en un gráfico de tiempo y temperatura, representa el punto (0, 10), por lo que se descartan los gráficos de las opciones B) y D).

Luego, la información referente al aumento uniforme de la temperatura durante los primeros 7 minutos hasta alcanzar los 100 °C, se representa gráficamente por un segmento de recta de pendiente positiva, el cual termina en el punto (7, 100), donde se descarta la opción A).

Como la temperatura se estabiliza después del minuto 7, se tiene que a partir de ese instante la temperatura permanece constante, lo que gráficamente se representa a través de una línea recta de pendiente cero, es decir, paralela al eje x. De esta manera, se concluye que el gráfico que mejor representa la situación planteada es el de la alternativa E).

Esta pregunta resultó fácil, ya que la respondieron correctamente el 76% de los postulantes que la abordaron y además su omisión fue baja, de un 7%.

El distractor más marcado fue A) con un 6%, quienes optaron por él representaron el aumento uniforme de la temperatura con una línea recta de pendiente cero.

### PREGUNTA 27

El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$ 5.000 más un costo de \$ 80 por cada unidad. ¿Cuál de las siguientes funciones expresa el costo total (C), en pesos, para fabricar x sopaipillas?

- A)  $C = 5.000 \cdot 80x$
- B)  $C = 5.000 + 80x$
- C)  $C = 5.000x + 80$
- D)  $C = (5.000 + x) \cdot 80$
- E)  $C = (5.000 + 80) \cdot x$

### COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con situaciones y fenómenos que se pueden modelar utilizando la función afín. Para su solución el postulante debe comprender la información entregada en el enunciado y relacionarla con una función.

Del enunciado se tiene que para fabricar sopaipillas hay asociado un costo fijo de \$ 5.000, valor independiente de la cantidad de sopaipillas. Luego, agregar un costo de \$ 80 por unidad es equivalente a sumar \$ 80 por cada sopaipilla que se fabrique y como x representa el número de sopaipillas, entonces se debe sumar  $80x$  al costo fijo, obteniéndose la función entregada en la opción B).

Este ítem resultó fácil, ya que del total de postulantes que lo abordaron, el 61% lo respondió correctamente y su omisión fue baja, de un 11%, lo que indica que es un tipo de ítem trabajado por los estudiantes.

El distractor más marcado fue E) con un 12%, posiblemente quienes optaron por él desconocen que un costo fijo es independiente de la producción de sopaipillas, por lo tanto consideran necesario agregar los \$ 5.000 más los \$ 80 por cada unidad fabricada.

### PREGUNTA 28

Si  $f(x) = \frac{2x-T}{3x+4}$  y  $f(2) = \frac{1}{2}$ , entonces el valor de T es

- A) -16
- B) -10
- C) -2
- D) -1
- E) 1

#### COMENTARIO

Este ítem está relacionado con la valoración de una función, para resolverlo el postulante debe recordar que para cada valor de x en el dominio de una función existe una única imagen.

Es así, como el estudiante debe evaluar la función en 2, es decir,  

$$f(2) = \frac{2 \cdot 2 - T}{3 \cdot 2 + 4} = \frac{4 - T}{6 + 4} = \frac{4 - T}{10}$$

Luego, considerando la unicidad de la imagen, se debe igualar dicha expresión a la imagen de 2 entregada en el enunciado, así  $\frac{4-T}{10} = \frac{1}{2}$ , resolviendo esta ecuación, se obtiene  $T = -1$ .

Dicho valor se encuentra en la opción D), la cual fue seleccionada por el 27% de quienes abordaron este ítem, porcentaje que indica que éste resultó difícil y su omisión fue alta, alcanzando un 62%.

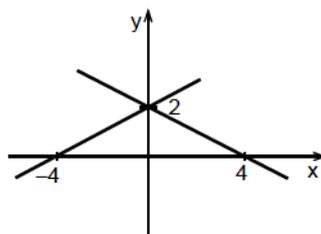
El distractor más marcado por los postulantes que abordaron la pregunta fue C), con un 4%, quienes optaron por él, posiblemente evalúan correctamente la función en 2 y la igualan con la imagen entregada en el enunciado, llegando a  $\frac{4-T}{10} = \frac{1}{2}$  y luego, obtienen  $2(4 - T) = 10$ , pero se equivocan al distribuir el 2 multiplicándolo sólo por el 4, es decir, obtienen  $8 - T = 10$  y al despejar T llegan a  $T = -2$ .

### PREGUNTA 29

¿Cuál de los siguientes pares de ecuaciones se representan en el gráfico de la figura 2?

- A)  $2y + x = 4$ ;  $2y - x = 4$
- B)  $2y - x = 2$ ;  $2y + x = 2$
- C)  $-2y - x = 2$ ;  $-2y + x = 2$
- D)  $2y + x = 4$ ;  $-2y + x = 4$
- E)  $y + 2x = 8$ ;  $y - 2x = 8$

fig. 2



#### COMENTARIO

El contenido asociado a este ítem es ecuación de la recta. El alumno para resolver la pregunta debe encontrar las ecuaciones de las rectas asociadas al gráfico de la figura. Además, debe recordar que la ecuación de una recta está dada por  $y = mx + n$ , donde m es la pendiente y n es su coeficiente de posición.

Del gráfico se tiene que ambas rectas intersectan al eje y en el punto (0, 2), por lo que el coeficiente de posición de ambas es 2.

Ahora bien, la pendiente de una recta dados los puntos  $P(x_1, y_1)$  y  $Q(x_2, y_2)$  es  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  y se tiene que una de las rectas contiene al punto (4, 0) y la otra al punto (-4, 0), por lo que la pendiente de la recta que contiene a los puntos (0, 2) y (4, 0) esta dada por  $m = \frac{0 - 2}{4 - 0} = -\frac{1}{2}$  y la pendiente de la recta que contiene a los puntos (0, 2) y (-4, 0) es  $\frac{1}{2}$ .

Reemplazando los parámetros encontrados, se tiene que la ecuación de una recta es  $y = -\frac{x}{2} + 2$ , la que se puede expresar como  $2y + x = 4$  y la ecuación de la otra recta es  $y = \frac{x}{2} + 2$ , que equivale a  $2y - x = 4$ . También, se puede encontrar las ecuaciones de estas rectas a través de la fórmula de la ecuación de una recta que pasa por dos puntos dados.

Las ecuaciones encontradas están en la opción A), la que fue seleccionada por el 25% de quienes abordaron la pregunta lo que indica que resultó difícil y su omisión fue de un 63%. El distractor más marcado por los postulantes fue D) con un 4%, posiblemente quienes optaron por él despejaron mal la segunda ecuación, llegando a  $-2y + x = 4$ .

### PREGUNTA 30

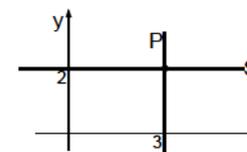
Si P es el conjunto de todos los puntos del plano de la forma (3, y) y S es el conjunto de todos los puntos del plano de la forma (x, 2), entonces el único punto común entre los conjuntos P y S es

- A) (5, 1)
- B) (3, 2)
- C) (2, 3)
- D) (1, -1)
- E) (0, 0)

#### COMENTARIO

Este ítem está relacionado al contenido de ecuación de la recta y para resolverlo el estudiante debe comprender que P es el conjunto de todos los puntos del plano que tienen abscisa 3 y cuya ordenada puede ser cualquier número real, es decir, es una recta que pasa por el punto (3, 0) y es paralela al eje y. Por otro lado, debe comprender que S es el conjunto de todos los puntos del plano que tienen ordenada 2 y cuya abscisa puede ser cualquier número real, es decir, pasa por el punto (0, 2) y es una recta paralela al eje x.

Ahora bien, si se grafican ambas rectas, como se muestra en la siguiente figura, se tiene que el único punto de intersección entre ambos conjuntos es el punto (3, 2).



Luego, la opción correcta es B), la cual fue seleccionada por el 33% de los postulantes que abordaron esta pregunta, resultando difícil y su omisión fue de un 49%.



Uno de los distractores más marcados fue C) con un 6%, los postulantes que lo marcaron posiblemente confundieron la coordenada de la ordenada con la de la abscisa.

### PREGUNTA 31

En el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + ay = b \end{cases}$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si  $a = b = 1$ , entonces el sistema no tiene solución.  
 II) Si  $a = -1$  y  $b = 1$ , entonces el sistema posee infinitas soluciones.  
 III) Si  $a = 1$  y  $b = -1$ , entonces el sistema posee una única solución.

- A) Sólo III  
 B) Sólo I y II  
 C) Sólo I y III  
 D) I, II y III  
 E) Ninguna de ellas.

#### COMENTARIO

Esta pregunta está referida al contenido de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y para su solución el estudiante debe analizar la veracidad de las afirmaciones dadas en I), en II) y en III).

En I), se tiene que  $a = b = 1$ , reemplazando estos valores en la ecuación del sistema dado, se tiene  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

De esta manera, resulta un sistema con ecuaciones iguales, por lo tanto, el sistema tiene infinitas soluciones, lo que implica que la afirmación es falsa.

En II), se tiene que  $a = -1$  y  $b = 1$ , reemplazando estos valores en el sistema, se obtiene  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Si este sistema se resuelve, por ejemplo, por el método de reducción, se tiene que  $2x = 2$ , por lo que  $x = 1$ , reemplazando este valor en  $x + y = 1$ , se tiene que  $1 + y = 1$ , llegando a  $y = 0$ . Luego, como la solución es única la afirmación es falsa.

En III), se tiene que  $a = 1$  y  $b = -1$ , así el sistema queda  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

Si se resuelve el sistema, por ejemplo, por el método de reducción, se obtiene una contradicción  $0 = 2$ , por lo tanto este sistema no tiene solución, luego la afirmación en III) también es falsa.

Por el análisis anterior, se tiene que la opción correcta es E), la cual fue seleccionada por el 19% de quienes abordaron la pregunta, resultando difícil y la omisión fue de un 50%.

El distractor más marcado fue C), con un 10%, quienes optan por él probablemente creen que la afirmación en I) es verdadera, ya que al resolver el sistema  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

obtienen  $0 = 0$  y esto lo relacionan con que el sistema no tiene solución.

Por otro lado, al obtener el sistema de la afirmación III)  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

posiblemente al ver dos ecuaciones diferentes asumen que el sistema posee una única solución.

### PREGUNTA 32

La ecuación  $3 - |2 - x| = -4$  tiene

- A) como única solución,  $x = 5$ .  
 B) como única solución,  $x = 9$ .  
 C) como única solución,  $x = -5$ .  
 D) dos soluciones,  $x = -5$  y  $x = 9$ .  
 E) dos soluciones,  $x = 5$  y  $x = 9$ .

#### COMENTARIO

Esta pregunta está referida al contenido de ecuaciones con valor absoluto, en donde el estudiante para resolverla debe aplicar la definición de la función valor

absoluto, es decir,  $|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Una forma de resolver la ecuación  $3 - |2 - x| = -4$  es sumando a ambos lados de la igualdad el inverso aditivo de 3, obteniendo  $-|2 - x| = -7$ , luego, se multiplica a ambos lados por  $-1$ , quedando  $|2 - x| = 7$ . Ahora, aplicando la definición de valor absoluto se

tiene que  $|2 - x| = \begin{cases} 2 - x, & \text{si } 2 - x \geq 0 \\ -(2 - x), & \text{si } 2 - x < 0 \end{cases}$

Si  $2 - x \geq 0$ , entonces se resuelve la ecuación  $2 - x = 7$ , obteniéndose  $x = -5$ . Por otro lado, si  $2 - x < 0$ , entonces se resuelve la ecuación  $-(2 - x) = 7$ , llegando a  $x = 9$ .

Así, se concluye que la ecuación tiene dos soluciones,  $x = -5$  y  $x = 9$ , respuesta que se encuentra en la opción D). Este ítem resultó difícil, ya que sólo fue contestado correctamente por el 19% de quienes lo abordaron y su omisión fue de un 42%.

El distractor más marcado por los postulantes fue C) con un 17%, probablemente quienes optaron por él, utilizaron que  $|2 - x| = 2 - x$ , llegando sólo a  $x = -5$ .

### PREGUNTA 33

Juan tiene 11 cuadernos de los cuales unos son de tapa dura y los otros son de tapa blanda, donde la cantidad de cuadernos de tapa dura es mayor que la cantidad de cuadernos de tapa blanda. Si al multiplicar la cantidad de cuadernos con tapa dura con la cantidad de cuadernos con tapa blanda se obtiene 24, entonces una de las ecuaciones que permite determinar la cantidad de cuadernos de tapa dura ( $x$ ), es

- A)  $10x - 24 = 0$   
 B)  $x^2 - 11x + 24 = 0$   
 C)  $x^2 + 11x + 24 = 0$   
 D)  $x^2 + 13 = 0$   
 E)  $12x + 24 = 0$

#### COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con ecuaciones de segundo grado y su aplicación en la resolución de problemas contextualizados.

Como se sabe que  $x$  representa la cantidad de cuadernos de tapa dura y el total de cuadernos es 11, se tiene que  $(11 - x)$  representa la cantidad de cuadernos de tapa blanda. Ahora como el producto de las cantidades de los dos tipos de cuadernos es

24, se tiene que  $x(11 - x) = 24$ , lo que es equivalente a  $x^2 - 11x + 24 = 0$ , ecuación que se encuentra en la opción B).

Esta pregunta resultó difícil, ya que la contestó correctamente el 26% de los postulantes que la abordaron y la omisión fue alta, alcanzando un 55%.

El distractor más marcado fue C) con un 13%, posiblemente quienes optaron por él, establecieron que la expresión que representa la cantidad de cuadernos de tapa blanda es  $11 + x$  llegando a la ecuación  $x(11 + x) = 24$ , al distribuir e igualar a 0 cometen un nuevo error en la aplicación del inverso aditivo de 24, llegando a  $x^2 + 11x + 24 = 0$ .

### PREGUNTA 34

Todos los números reales  $x$  para los cuales  $\sqrt{9 - x^2}$  es un número real son aquellos que satisfacen que

- A)  $x \leq 9$
- B)  $x < 3$
- C)  $x \geq -3$
- D)  $-3 \leq x \leq 3$
- E)  $x \leq 3$

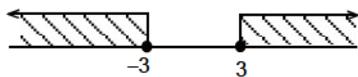
#### COMENTARIO

En esta pregunta correspondiente a la función raíz cuadrada,  $f(x) = \sqrt{x}$ , el estudiante debe recordar que esta función está definida sólo para los números reales mayores o iguales a cero, es decir,  $x \geq 0$ , por lo tanto, los números reales  $x$  para los cuales  $\sqrt{9 - x^2}$  es un número real, son aquellos que satisfacen  $9 - x^2 \geq 0$  lo que es equivalente a  $(3 - x)(3 + x) \geq 0$ , ahora bien, se debe recordar que el producto de dos factores es positivo si ambos lo son o si ambos son negativos.

Si ambos factores son positivos se tiene que  $3 - x \geq 0$ , es decir,  $3 \geq x$ , y además se tiene que  $3 + x \geq 0$ , es decir,  $x \geq -3$ , al ver gráficamente estos conjuntos se tiene que los números que cumplen ambas relaciones son los que pertenecen al intervalo  $[-3, 3]$ , como se aprecia en la siguiente figura.



Por otra parte, si ambos factores son negativos se tiene que  $3 - x \leq 0$ , es decir,  $3 \leq x$ , y además se tiene que  $3 + x \leq 0$ , es decir,  $x \leq -3$ , al ver gráficamente estos conjuntos en la siguiente figura se observa que no hay números que cumplan ambas relaciones.



Por lo tanto, los números reales que satisfacen  $9 - x^2 \geq 0$  son los que pertenecen al intervalo  $[-3, 3]$ , es decir,  $-3 \leq x \leq 3$ , de esta manera la opción correcta es D), la cual fue marcada por el 15% de los estudiantes que abordaron la pregunta, resultando difícil para los postulantes y su omisión alcanzó un 62%.

El distractor más marcado fue A) con un 7%, quienes lo eligieron probablemente establecen que para encontrar los números reales  $x$  para los cuales  $\sqrt{9 - x^2}$  es un número real, se debe cumplir que  $\sqrt{9 - x^2} \geq 0$ , luego erradamente simplifican, el

cuadrado de  $x$  con el índice de la raíz, o sea,  $\sqrt{9 - x^2}$  llegando a  $9 - x \geq 0$  y al despejar esta expresión, obtienen  $x \leq 9$ .

### PREGUNTA 35

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s), con respecto a la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ?

- I) Si  $a < 0$ , entonces la gráfica de la función es una parábola que se abre hacia abajo.
  - II) La gráfica de la función interseca al eje de las ordenadas en el punto  $(0, c)$ .
  - III) Si  $a = 0$ ,  $b \neq 0$  y  $c \neq 0$ , entonces  $f$  es una función afín.
- A) Sólo I
  - B) Sólo II
  - C) Sólo I y II
  - D) Sólo I y III
  - E) I, II y III

#### COMENTARIO

Este ítem apunta al análisis de la gráfica de la función cuadrática y además, el estudiante debe recordar la definición de una función afín.

Se sabe que en una función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , si  $a < 0$  la parábola asociada se abre hacia abajo, por lo tanto, la afirmación en I) es verdadera.

Además, se sabe que el término independiente de una función cuadrática representa la ordenada del punto de intersección de la parábola con el eje  $y$ , por lo tanto la afirmación II) es verdadera.

En III), se tiene que si  $a = 0$ ,  $b \neq 0$  y  $c \neq 0$ , entonces la función es de la forma  $f(x) = bx + c$ , la que representa a una función afín, de esta manera la afirmación es verdadera.

Luego, la clave es E), la cual fue elegida por el 11% de los postulantes que abordaron la pregunta, resultando ésta difícil y su omisión fue de un 70%.

El distractor más elegido fue C) con un 8%, probablemente los que optaron por él lo hicieron porque desconocen la función afín, la cual es una recta que no pasa por el origen.

### PREGUNTA 36

¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?

- A)  $\log 10 = 1$
- B)  $\log_1 5 = 5$
- C)  $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 64 = 6$
- D)  $\log 0 = 0$
- E)  $\log_3 (-27) = -3$

#### COMENTARIO

Esta pregunta está relacionada con el contenido de función logarítmica y para responderla el postulante debe recordar la definición de logaritmo, es decir,  $x = \log_b p \Leftrightarrow b^x = p$ .

Al usar la equivalencia en A) se tiene que  $\log 10 = x$  es lo mismo que  $10^x = 10$ , por lo tanto  $x = 1$ , luego esta igualdad es verdadera.



Para B), se tiene  $\log_1 5 = x$  que es equivalente a  $1^x = 5$ , donde no existe un valor para  $x$  que cumpla la igualdad, por lo tanto, la relación  $\log_1 5 = 5$ , es falsa.

Para C), se tiene  $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 64 = x$  que es equivalente a  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 64$ , por lo tanto  $x = -6$ , luego la igualdad  $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 64 = 6$  también es falsa.

Para D), se tiene  $\log 0 = x$ , lo que es equivalente a  $10^x = 0$ , donde no existe un valor para  $x$  que satisfaga la igualdad, por lo que  $\log 0 = 0$  es falsa.

Para E), se tiene  $\log_3 (-27) = x$ , lo que es equivalente a  $3^x = -27$ , donde no existe un valor para  $x$  que satisfaga la igualdad, por lo tanto  $\log_3 (-27) = -3$  también es falsa.

De esta manera la opción correcta es A), la cual fue elegida por el 43% de los estudiantes que abordaron la pregunta, resultando ésta de una dificultad mediana y su omisión fue de un 37%.

El distractor más marcado fue D) con un 7%, quienes optaron por él, posiblemente creen que  $10^0 = 0$ , lo cual no es cierto, ya que toda potencia de exponente 0 es 1.

### PREGUNTA 37

Un tipo de bacteria se reproduce diariamente transformándose en 3 bacterias del mismo tipo. Si en un experimento se aísla una bacteria y se coloca a las 12:00 hrs. de un día en condiciones necesarias para que se reproduzca, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Al medio día del segundo día habrá 3 bacterias.
- II) Al medio día del cuarto día habrá 27 bacterias.
- III) Al medio día del sexto día habrá 729 bacterias.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

#### COMENTARIO

Este ítem hace referencia al contenido de función exponencial. Para resolverlo se debe determinar la función que modela la situación descrita.

Como la bacteria se reproduce diariamente transformándose en 3 bacterias del mismo tipo, se tendría por día la cantidad de bacterias que se muestran en la siguiente tabla:

	Primer día	Segundo día	Tercer día	...	x día
N° de bacterias	$1 = 3^0$	$3 = 3^1$	$9 = 3^2$	...	$3^{x-1}$

Luego, la función que modela la situación planteada en el enunciado es  $f(x) = 3^{x-1}$ , donde  $x$  es el número de días transcurridos.

Ahora, para obtener la cantidad de bacterias que habrá al medio día del segundo día se valora la función en 2, es decir,  $f(2) = 3^1 = 3$ , por lo tanto, la afirmación en I) es verdadera.

De la misma manera para el medio día del cuarto día se tiene que  $f(4) = 3^3 = 27$ , entonces la afirmación en II) es también verdadera.

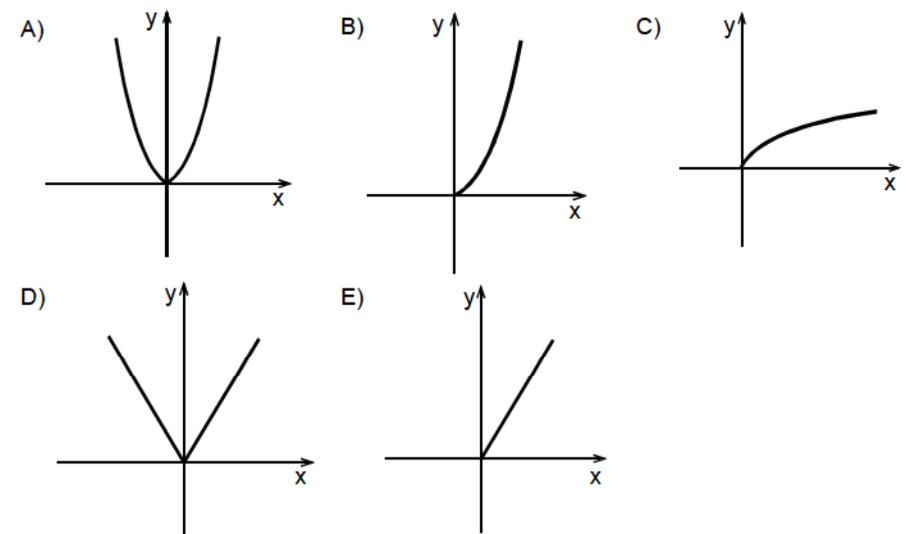
Y por último,  $f(6) = 3^5 = 243$ , luego III) es falsa.

Por el análisis realizado, la opción correcta es C), la que fue marcada por el 35% de quienes abordaron el ítem, resultando éste difícil y su omisión fue de un 22%.

El distractor más marcado fue A), con un 21%, probablemente los alumnos trabajan con la función  $g(x) = (x - 1) \cdot 3$ , la que al valorarla por 2, indica que al medio día del segundo día se tendrá 3 bacterias, pero  $g(4) \neq 27$  y  $g(6) \neq 729$ .

### PREGUNTA 38

¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor el volumen  $y$  de una esfera en términos de su radio  $x$ ?



#### COMENTARIO

Este ítem está relacionado con el contenido de función potencia y para su solución el postulante debe recordar la fórmula del volumen de una esfera en función de su radio, que es  $V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$ , la cual se asocia a una función de la forma  $f(x) = ax^3$ , con  $a$  un valor constante, que es una función cúbica. Además, como el radio es mayor que cero se debe considerar la gráfica en el primer cuadrante, luego la gráfica que mejor representa la situación planteada es la que está en la opción B).

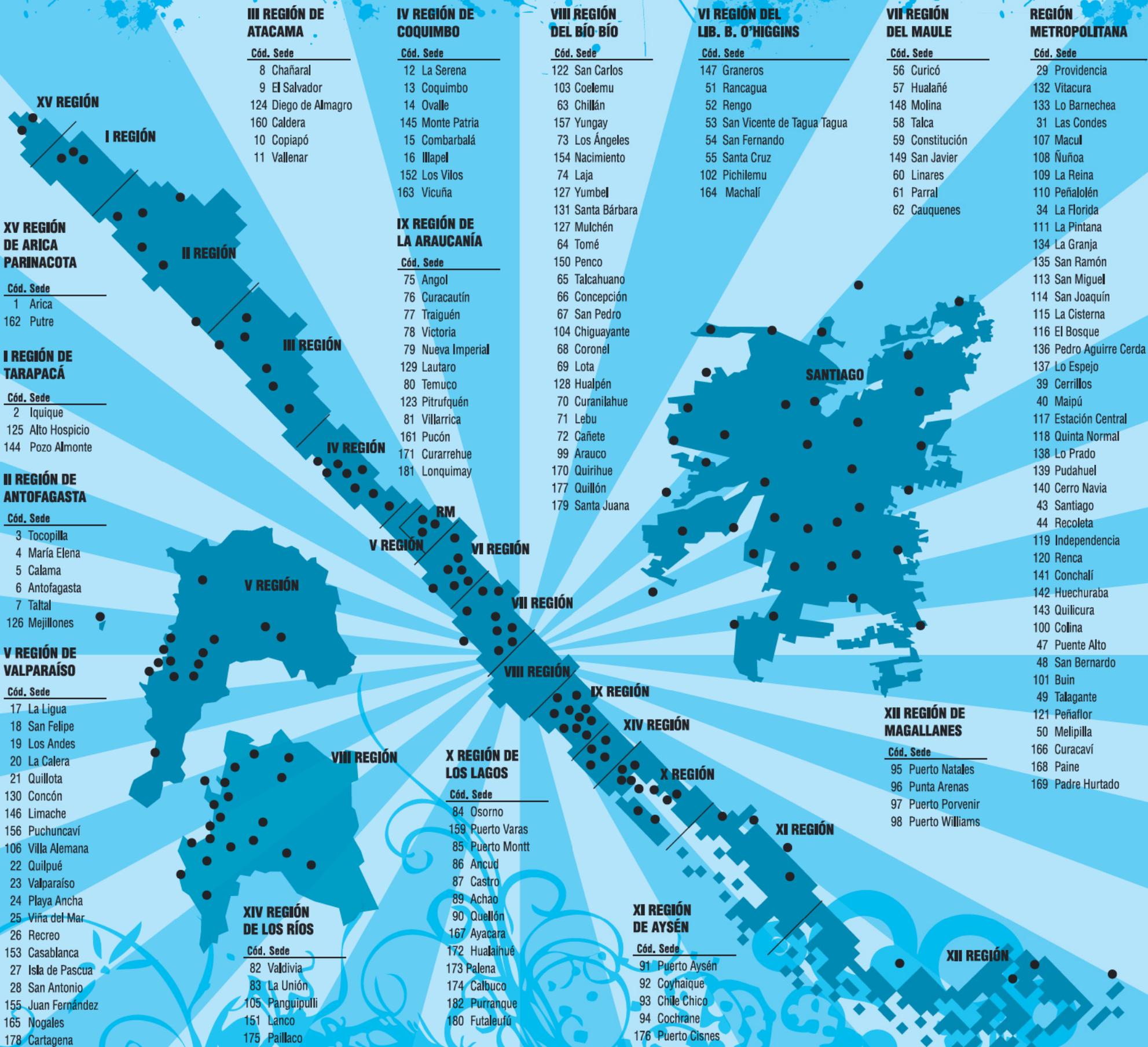
El 14% de los estudiantes que abordaron esta pregunta la respondieron correctamente y el 62% la omitieron, resultando difícil.

El distractor más marcado por los postulantes fue E), quienes optaron por él, probablemente comprenden que el radio no puede tomar valores negativos, pero se equivocan al pensar que la relación que existe entre el radio y el volumen es directamente proporcional.

# PSU EN TODO EL PAÍS

## 169 Sedes de Rendición

La Prueba de Selección Universitaria se aplicará en 169 sedes a lo largo de todo Chile. Este año se sumaron Lonquimay (Araucanía), Purranque y Futaleufú (Los Lagos).



El Mercurio, el medio oficial de la PSU

**psu @**  
EL MERCURIO

El curso más unido puede tener  
su fiesta de graduación junto a  
**Croni-K**

**¡A jugar sola se ha dicho!**

1. Concursan solo los cursos medios.
2. El presidente de curso debe registrarse en [psu.elmercurio.com](http://psu.elmercurio.com), mandar la lista y asegurarse de que todos estén inscritos.



Inscríbete desde el

**29** de agosto al

**30** de septiembre



**EL MERCURIO**

Acompaña tu educación