EL MERCURIO

DOCUMENTO OFICIAL

PSU®

PROCESO DE ADMISIÓN 2009

RESOLUCIÓN FACSÍMIL

PRUEBA MATEMÁTICA PARTE III

EN ESTE DOCUMENTO OFICIAL, ENCONTRARÁS LA TERCERA PARTE DE LA RESOLUCIÓN DE LA PSU DE MATEMÁTICA QUE SE APLICÓ EL AÑO PASADO, Y QUE SE PUBLICÓ EN ESTE DIARIO EL JUEVES 22 DE MAYO.

ESPECÍFICAMENTE, PODRÁS VER EL ANÁLISIS DE LAS PREGUNTAS N°36 A LA N°54, QUE CORRESPONDEN AL EJE TEMÁTICO DE GEOMETRÍA.

Universidad de Chile
VICERRECTORÍA DE ASUNTOS ACADÉMICOS
DEMRE

CONSEJO DE RECTORES
UNIVERSIDADES CHILENAS

14 DE AGOSTO DE 2008

SERIE DEMRE - UNIVERSIDAD DE CHILE

N°17

Prueba de Selección Universitaria

Inscripción Extraordinaria

El Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional (DEMRE) informa a la comunidad que se abrirá un período extraordinario de inscripciones para la PSU entre el miércoles 27 de agosto y el viernes 12 de septiembre.

ATENCIÓN

Alumnos de IV medio de colegios municipales y particulares subvencionados

¡ÚLTIMA OPORTUNIDAD!

Inscripción gratuita utilizando Beca Junaeb para la PSU.

Solamente a través del sitio web www.demre.cl, Portal del Postulante.

Desde: Miércoles 27 de agosto.
Hasta: Viernes 12 de septiembre, 23:59 horas.

RESOLUCIÓN FACSÍMIL DE MATEMÁTICA
PARTE III

PRESENTACIÓN

La presente publicación se abocará al análisis de las preguntas Nº 36 a la Nº 54, correspondientes al eje temático de Geometría, contenidas en la publicación del 22 de mayo del presente año.

Cabe señalar que de los cuatro Ejes Temáticos que conforman la PSU® en la parte matemática, Geometría es el que presenta, año a año, el menor porcentaje medio de respuestas correctas y el mayor porcentaje medio de respuestas omitidas.

Por tal motivo, es importante, tanto para profesores como para estudiantes, revisar todos los contenidos de este Eje Temático. Además, para poder responder las preguntas de Geometría, los estudiantes deben, por una parte, haber desarrollado las Habilidades Cognitivas, desde la más básica que es de Reconocimiento hasta la capacidad de realizar Análisis, Síntesis y Evaluación. Y por otra parte, recordar y aplicar contenidos previos que se suponen internalizados durante la Enseñanza Básica y que deberían haber sido reforzados, durante la Enseñanza Media. También, deben aplicar en varias preguntas las operaciones y propiedades del Álgebra que se estudian en el transcurso de la Enseñanza Media.

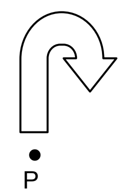
Al igual que en las publicaciones anteriores, en ésta que se abocará a la resolución de las preguntas de Geometría, se especificará el contenido al que apunta la pregunta y los tópicos previos que son necesarios para su resolución, indicando además, para cada una de ellas, el grado de dificultad con que resultó en el momento de su aplicación, y el porcentaje de omisión que tuvo. También, se señalarán los errores más comunes que pudieron cometer los alumnos en la resolución de estos ítemes.

COMENTARIO DE LAS PREGUNTAS

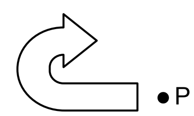
PREGUNTA 36

La figura 3 se rota en el plano, en 180° en torno al punto P. ¿Cuál de las opciones representa mejor la rotación de la figura 3?

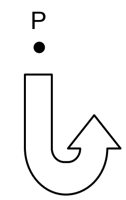
fig. 3



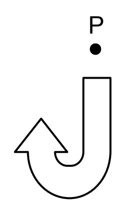
A)



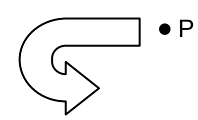
B)



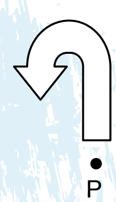
C)



D)



E)

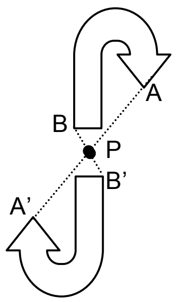


Comentario:

El contenido involucrado en esta pregunta es de Primer año Medio, relacionado con rotaciones de figuras planas.

Al rotar una figura en torno a un centro de rotación, se debe cumplir que la distancia de cualquier punto de la figura al centro de rotación, debe ser igual a la distancia del respectivo punto rotado a este centro, y además, el ángulo que forman estos segmentos debe ser igual al ángulo de giro de la rotación (en este caso 180°).

Por lo tanto, la figura del problema rotada en torno al punto P quedaría como se indica en la siguiente figura:



En efecto, $\measuredangle$ APA' = $\measuredangle$ BPB' = 180°, $\overline{AP} \cong \overline{PA'}$ y $\overline{BP} \cong \overline{PB'}$, relaciones que se cumplen para cualquier par de puntos de la figura.

De lo anterior, se tiene que la opción correcta es C).

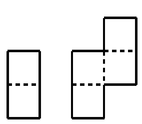
Como la rotación pedida es en 180°, el problema también se podría considerar como una simetría central con respecto al punto P.

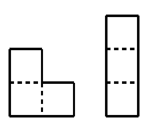
Este ítem resultó fácil, ya que el 63,3% de los jóvenes que lo abordaron lo contestó correctamente. A pesar de esto, la omisión fue alta, de un 14%.

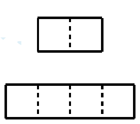
Los distractores más marcados fueron A) con un 7,9%, que representa una rotación en 90° en torno al punto P en el sentido antihorario, y B) con un 7,6% que representa una simetría con respecto a una posible recta que pasa por el punto P.

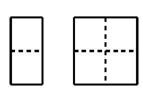
PREGUNTA 37

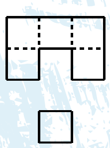
En cada opción se muestran dos trozos de papel, cada uno de ellos divididos con líneas punteadas en cuadraditos congruentes entre sí. El par de papeles que permite construir un cubo, doblando por las líneas punteadas y sin cortar, es

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Comentario:

En este caso, la pregunta apunta al contenido relacionado con puzzles de figuras geométricas de Primer año Medio, la cual requiere que el alumno haya desarrollado la habilidad de Comprensión y la habilidad espacial que le permita imaginar el cubo en cada caso, sin realizar una manipulación de los trozos mostrados en las redes planteadas.

La única red que permite formar un cubo es la que se encuentra en la opción A), ya que si se dobla la pieza mayor por la línea segmentada queda un cubo incompleto al que le faltan dos caras, las cuales se completan con la pieza menor, quedando construido el cubo.

En las otras opciones, queda alguna cara sin poder cubrir, o hay caras que se superponen, o simplemente la red no se puede doblar formando ángulos diedros de 90°, como en C).

El 67,2% de los alumnos que rindió la prueba, contestó correctamente el ítem, por lo que éste es considerado de dificultad fácil. Por otro lado, el 16,6% lo omitió.

Los alumnos que contestaron erróneamente el ítem se inclinaron principalmente por el distractor E). Al doblar la red que aparece en esta opción se cubren tres caras laterales y una basal, superponiéndose en ésta dos cuadraditos, con la figura en donde aparece un cuadradito se puede cubrir la otra cara basal, pero faltaría por cubrir una cara lateral.

PREGUNTA 38

En la figura 4, PQRS es un paralelogramo y las diagonales $\overline{SQ}$ y $\overline{PR}$ se intersectan en T. ¿Cuál(es) de las siguientes congruencias es (son) **siempre** verdadera(s)?

I) Δ PTS $\cong$ Δ STR
II) Δ PTS $\cong$ Δ RTQ
III) Δ PSR $\cong$ Δ RQP

A) Sólo III
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

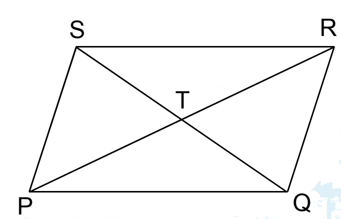


fig. 4

Comentario:

El contenido involucrado en este ítem es de Primer año Medio y está relacionado con los criterios de congruencia de triángulos. Además, el alumno debe recordar de la Enseñanza Básica las características y propiedades de los paralelogramos.

Al analizar la afirmación I) se concluye que ésta es falsa, pues la congruencia de triángulos que aquí se indica no se da siempre, sucede sólo cuando el paralelogramo es un cuadrado o un rombo, que son los que tienen sus cuatro lados congruentes.

Para determinar el grado de verdad de la afirmación II), se tiene que $\measuredangle$ PTS = $\measuredangle$ RTQ por ser éstos opuestos por el vértice, además $\overline{PT} \cong \overline{TR}$ y $\overline{ST} \cong \overline{TQ}$, pues las diagonales de un paralelogramo se dimidian. Luego, por el criterio de congruencia lado–ángulo–lado se tiene que Δ PTS $\cong$ Δ RTQ. Por lo tanto, II) es verdadera.

Por el criterio de congruencia lado–lado–lado se tiene que Δ PSR $\cong$ Δ RQP. En efecto, $\overline{PS} \cong \overline{QR}$ y $\overline{SR} \cong \overline{PQ}$ por ser lados opuestos del paralelogramo y $\overline{PR}$ es un lado común a ambos triángulos. Por lo tanto, la afirmación III) también, es verdadera.

En conclusión, como las afirmaciones II) y III) son siempre verdaderas, la opción correcta es D).

Esta pregunta resultó de dificultad mediana, al contestarla correctamente el 48,6% de los estudiantes que la abordaron. La omitió el 33,4% de los postulantes.

El distractor más marcado fue E) con un 7,1% de adhesión. Los alumnos consideraron que la afirmación I) era verdadera, no se dieron cuenta que los triángulos mencionados son congruentes sólo para algunos tipos de paralelogramos.

PREGUNTA 39

¿Cuál(es) de los siguientes cuadriláteros tiene(n) **siempre** ejes de simetría?

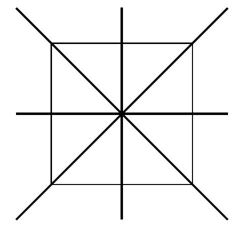
I) Cuadrado
II) Rombo
III) Trapecio

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

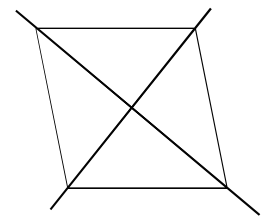
Comentario:

El contenido al que apunta este ítem es de Primer año Medio y tiene relación con los ejes de simetría de figuras planas. También, se debe recordar de la Enseñanza Básica las características de los distintos tipos de cuadriláteros.

La afirmación I) es verdadera, ya que el cuadrado tiene 4 ejes de simetría que son las diagonales y las rectas que pasan por los puntos medios de los lados paralelos del cuadrado, tal como se muestra en la siguiente figura:



La afirmación II) también, es verdadera. El rombo tiene dos ejes de simetría, que son las diagonales, como se ve a continuación:



En cambio, la afirmación III) es falsa, debido a que no todos los tipos de trapecios tienen ejes de simetría, sólo el trapecio isósceles tiene un eje de simetría.

Por lo anterior, se tiene que la opción correcta es C).

El 30% de los alumnos que rindió la prueba, contestó correctamente el ítem, por lo tanto la pregunta resultó difícil, además el 38% lo omitió.

El distractor más seleccionado por los estudiantes fue E), ellos probablemente creyeron que **todos** los tipos de trapecios tienen que tener ejes de simetría, pero como se mencionó anteriormente ello es posible sólo en el caso del trapecio isósceles, o bien, pensaron que todos los trapecios son isósceles.

PREGUNTA 40

Al punto (2, 3) del plano se le aplica una traslación, obteniéndose el punto (5, 2). Si al punto (–2, –1) se le aplica la misma traslación se obtiene el punto

A) (1, –2)
B) (–5, 0)
C) (3, –1)
D) (–5, 2)
E) (1, 0)

Comentario:

Esta pregunta requiere que el alumno conozca el contenido de Primero Medio que apunta a traslaciones descritas en el sistema de ejes coordenados.

En particular, debe saber que las coordenadas del punto trasladado según un vector se obtienen sumando las coordenadas del punto dado con las coordenadas que representan al vector de traslación. Además, debe saber que para sumar dos pares ordenados, se deben sumar sus respectivas coordenadas, y que dos puntos son iguales si sus coordenadas respectivas son iguales.

Para resolver el problema, lo primero es determinar las coordenadas que representan el vector de traslación correspondiente.

Si (x, y) es el vector de traslación, se tiene:

$$(2, 3) + (x, y) = (5, 2)$$

luego, $2 + x = 5$ y $3 + y = 2$

$x = 3$ $\quad$ $y = -1$

lo que indica que el vector de traslación es (3, –1).

Ahora, como se pide trasladar el punto (–2, –1) según este mismo vector, se debe sumar este vector con (–2, –1), luego

$$(-2, -1) + (3, -1) = (1, -2)$$

sería el punto pedido, el cual se encuentra en la opción A).

Este ítem, al igual que el anterior, resultó difícil, ya que el 34,7% de los alumnos lo contestó correctamente. El 39,6% lo omitió.

En cuanto a los distractores, E) y B) fueron los más marcados, con una adhesión del 9,5% y 8,9%, respectivamente. En ambos casos, es posible que los alumnos no determinaran bien el vector de traslación, al confundirse con los signos de las coordenadas. En el primer caso consideran que el vector de traslación es (–3, 1), y en el segundo caso que es (3, 1).

PREGUNTA 41

En la figura 5, ABCD es un rectángulo y FCGI es un cuadrado. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El área de FCGI es 12.
II) El área de EBFI es 6.
III) El área de AEIH es 3.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

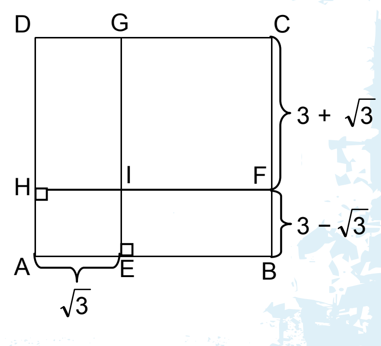


fig. 5

Comentario:

El ítem es del contenido de “Resolución de problemas relativos a polígonos” de Primer año Medio. Los alumnos deben recordar de la Enseñanza Básica como se calculan las áreas de un cuadrado y de un rectángulo. Del Álgebra de Primero Medio deben recordar como desarrollar los productos notables.

En la afirmación I), se debe determinar el área del cuadrado FCGI de lado $3 + \sqrt{3}$. Para esto se eleva al cuadrado el lado y luego se desarrolla el cuadrado del binomio. En efecto,

$$(3 + \sqrt{3})^2 = 9 + 6\sqrt{3} + 3 = 12 + 6\sqrt{3}$$

valor que es distinto de 12, por lo tanto I) es falsa.

En II) se debe determinar el área del rectángulo EBFI de lados $3 - \sqrt{3}$ y $3 + \sqrt{3}$. Esto se hace multiplicando ambos lados, y desarrollando el producto notable de la suma por su diferencia, o sea,

$$(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3}) = 3^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6,$$

lo que indica que II) es verdadera.

Por último, en III) se debe determinar el área del rectángulo AEIF de lados $\sqrt{3}$ y $3 - \sqrt{3}$, la cual es:

$$\sqrt{3}(3 - \sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3,$$

valor que es distinto de 3, por lo tanto esta afirmación es falsa.

Como sólo es verdadera la afirmación II), la opción correcta es B).

La omisión fue bastante alta, con un 48,8% de los alumnos que rindieron la prueba y sólo contestaron correctamente el ítem el 19,3% de ellos y por lo tanto, éste resultó difícil.

El distractor C) fue seleccionado por el 10,3% de los estudiantes. Ellos consideraron que la afirmación I) también era verdadera, quizás por un mal desarrollo del cuadrado de un binomio.

En efecto, $(3 + \sqrt{3})^2 = 9 + 3 = 12$

PREGUNTA 42

El piso de un baño se puede teselar con 360 cerámicas cuadradas de 10 cm de lado cada una. Si se pudiera teselar con cerámicas cuadradas de 30 cm de lado, entonces el número de cerámicas que se ocuparían es

A) 120
B) 60
C) 40
D) 18
E) 12

Comentario:

Este es un problema contextualizado que está relacionado con el contenido de Primero Medio “Análisis de la posibilidad de embaldosar (teselar) el plano con algunos polígonos”.

Para resolverlo, primero se debe determinar la superficie del piso del baño. Como éste se puede teselar con 360 cerámicas cuadradas de 10 cm de lado, o sea, con 360 cerámicas de $10 \cdot 10 = 100$ cm^2 de área, la superficie total del piso es de $360 \cdot 100 = 36.000$ cm^2.

Ahora, como se pretende teselar el mismo piso con cerámicas cuadradas de 30 cm de lado, las cuales tienen un área de $30 \cdot 30 = 900$ cm^2, se tiene que la cantidad de cerámicas que se necesitarían en estas condiciones sería de $36.000 : 900 = 40$, respuesta que se encuentra en la opción C).

El problema resultó difícil, lo contestó correctamente el 15,2% de los alumnos. A pesar de esto, el tema es conocido pero mal internalizado por los estudiantes, pues la omisión fue sólo de un 18,3%.

En este caso, la dificultad estuvo posiblemente en una mala interpretación de los datos entregados en el enunciado, pues el 47,6% de los alumnos marcó el distractor A) y el 13,3% marcó el distractor E). En ambos casos, no calcularon previamente la superficie de cada cerámica. En el distractor A) pueden haber aplicado el mismo procedimiento de resolución antes mencionado, pero multiplicaron y dividieron por el lado de la cerámica y no por su área. En el distractor E) sólo realizaron la división de 360 por 30.

PREGUNTA 43

En la figura 6, AD = 3, DC = 4 y CB = 1. El área del cuadrilátero ABCD es

A) $6 + 2\sqrt{6}$
B) $6 + \sqrt{6}$
C) $12 + 2\sqrt{6}$
D) $12 + \sqrt{6}$
E) ninguno de los valores anteriores.

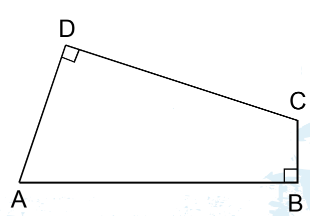


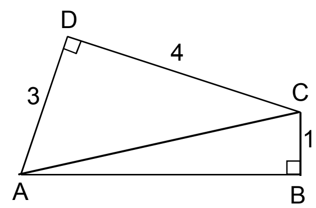
fig. 6

Comentario:

El ítem, en este caso, apunta al contenido de Primer año Medio relacionado con la “Resolución de problemas relativos a polígonos y puzzle de figuras geométricas”.

Los alumnos para responderlo deben saber aplicar el Teorema de Pitágoras y calcular el área de un triángulo rectángulo como el semiproducto de las medidas de sus catetos.

Para determinar el área del cuadrilátero ABCD, éste se debe dividir a través de una línea auxiliar ($\overline{AC}$) en dos triángulos rectángulos, ABC y ACD, como se muestra en la siguiente figura, para luego calcular sus áreas y sumarlas.



En la figura se han colocado los datos que entrega el enunciado del ítem, para tener un panorama de los datos con los que se cuenta y saber cuáles son los que faltan.

El área del Δ ACD se puede calcular directamente, como $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6$.

Para determinar el área del Δ ABC, se necesita determinar previamente la medida del segmento AB. En el triángulo rectángulo ACD se tiene que el segmento AC mide 5, pues 3, 4 y 5 son números pitagóricos. Luego, por el teorema de Pitágoras aplicado al Δ ABC se tiene que:

$$AB^2 + 1^2 = 5^2$$
$$AB^2 = 25 - 1$$
$$AB^2 = 24$$
$$AB = \sqrt{24}$$
$$AB = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}$$

Por lo tanto, el área del Δ ABC es $\frac{2\sqrt{6} \cdot 1}{2} = \sqrt{6}$, lo que implica que el área del cuadrilátero ABCD es $6 + \sqrt{6}$, valor que se encuentra en la opción B).

El 13,7% de las personas que rindieron la prueba contestó correctamente la pregunta, por lo que ésta se considera difícil, además, el 68,1% de ellas la omitió.

Esto último, ratifica el hecho de que las preguntas que requieren, para su resolución, del trazado de alguna línea auxiliar en su figura, por muy simple que ella sea, resultan más difíciles.

Esto puede ser producto de que este tipo de ejercitación sea poco trabajado en el aula.

En general, las personas que se equivocaron se distribuyeron en forma muy parecida entre todos los distractores, destacando con un 9% los que marcaron la opción E), ninguno de los valores anteriores, y C) donde el posible error que cometieron fue que al calcular el área de los triángulos no dividieran por 2.

PREGUNTA 44

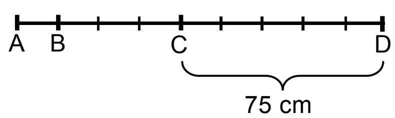
Un segmento está dividido interiormente en la razón 1 : 3 : 5 y la medida del segmento mayor es 75 cm. ¿Cuál es la longitud del segmento del medio?

A) 45 cm
B) 15 cm
C) 60 cm
D) 25 cm
E) No se puede determinar.

Comentario:

El contenido al que apunta la pregunta es “División interior de un trazo en una razón dada”, que se encuentra en Segundo año Medio.

La situación planteada en el problema se puede graficar en la siguiente figura:



En ella, $\overline{AD}$ representa al segmento dado, que se ha dividido por los puntos B y C en tres segmentos donde sus medidas están en la razón 1 : 3 : 5. Esto indica que en total el segmento AD se ha dividido en 9 partes iguales, como se observa en la figura.

El segmento mayor CD, que mide 75 cm, consiste de 5 partes iguales, luego 75 : 5 = 15 cm, medida que corresponde a cada una de estas partes.

Como el segmento del medio BC, está formado por tres de estas partes se tiene que este segmento mide 15 · 3 = 45 cm, medida que se encuentra en la opción A).

El ítem resultó de mediana dificultad, ya que el 40,2% de los estudiantes lo contestó correctamente. A pesar de esto, hubo un porcentaje bastante alto que no supo que hacer para resolver el ítem, pues la omisión alcanzó a un 39%, y un 8,3% marcó el distractor E), que indica que el segmento pedido no se puede determinar.

El distractor D) fue seleccionado por el 7,6% de los estudiantes, los que pensaron seguramente que el segmento dado quedaba dividido en tres segmentos de igual longitud, luego sólo dividieron 75 por 3 y les dio por resultado 25 cm.

PREGUNTA 45

Si sobre el tercio central de uno de los lados del triángulo equilátero ABC se construye otro triángulo equilátero, como se muestra en la figura 7, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) El área del Δ DEF es la sexta parte del área del Δ ABC.
II) El lado $\overline{FE}$ es paralelo al lado $\overline{AB}$.
III) El lado $\overline{FE}$ es perpendicular al lado $\overline{AC}$.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

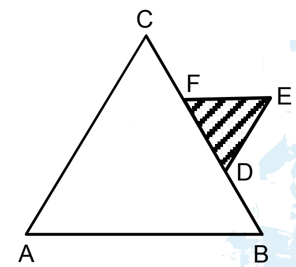


fig. 7

Comentario:

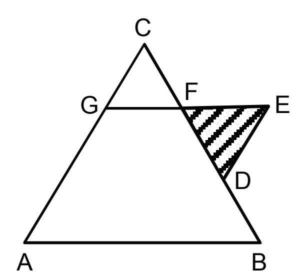
El contenido involucrado en la pregunta es el de semejanza de figuras planas de Segundo año Medio. En particular el alumno debe saber que si dos triángulos son semejantes, donde sus lados están en la razón m : n, entonces sus áreas están en la razón $m^2 : n^2$.

En este caso los lados de los triángulos DEF y ABC están en la razón 1 : 3, ya que $\overline{DF}$ es la tercera parte de $\overline{BC}$, luego la razón entre las áreas de estos triángulos es 1 : 9, lo que indica que el Δ DEF es la novena parte del Δ ABC y no la sexta parte como se indica en la afirmación I), luego ésta es falsa.

Otra manera de resolverlo es calculando el área del Δ ABC cuyo lado designaremos por **a** y el área del Δ DEF de lado $\frac{a}{3}$, para luego formar la razón entre estas dos áreas.

Por otro lado, se tiene que $\sphericalangle$ EFD = $\sphericalangle$ ABC = 60° ya que son ángulos interiores de triángulos equiláteros. Estos ángulos son alternos internos y por lo tanto $\overline{FE} // \overline{AB}$, así la afirmación II) es verdadera.

En III), si se prolonga el segmento EF hasta que intersecte al lado $\overline{AC}$ en G, como se muestra en la siguiente figura, se tiene que $\sphericalangle$ CGF = $\sphericalangle$ CAB = 60°, por ser ángulos correspondientes entre paralelas, luego $\overline{FE}$ no puede ser perpendicular a $\overline{AC}$, por lo tanto la afirmación III) es falsa.



Al ser sólo verdadera la afirmación II), se tiene que la clave es B).

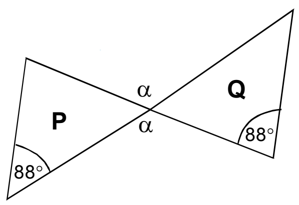
El 24,4% de los alumnos que rindió la prueba la contestó correctamente, por lo que el ítem resultó difícil. Además, el 45,6% de los postulantes lo omitió.

El distractor más marcado fue E), con un 11,8% de adhesión, en este caso, probablemente al dibujar el triángulo equilátero FED (sin considerar II) observan una inclinación del lado $\overline{FE}$ del triángulo sobre $\overline{BC}$ que les lleva a conjeturar que estos dos segmentos son perpendiculares.

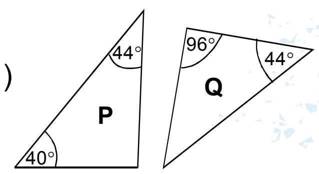
PREGUNTA 46

¿En cuál(es) de las siguientes figuras el triángulo **P** es semejante con el triángulo **Q**?

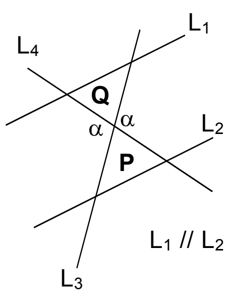
I)



II)



III)

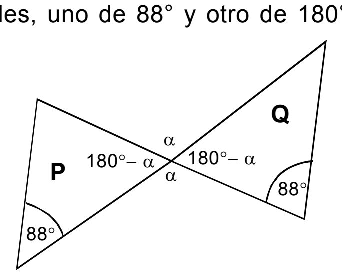


A) Sólo en I
B) Sólo en II
C) Sólo en I y en II
D) Sólo en II y en III
E) En I, en II y en III

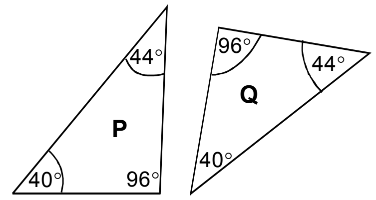
Comentario:

Para que el alumno pueda responder el ítem, debe manejar muy bien los criterios de semejanza de triángulos, tema que es tratado en Segundo año Medio.

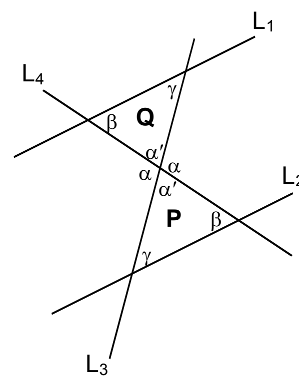
En la figura I) los triángulos P y Q son semejantes, por el criterio de semejanza de triángulos ángulo–ángulo, ya que éstos tienen dos pares de ángulos correspondientes iguales, uno de 88° y otro de 180° – α, como se muestra en la figura:



En II), al determinar la medida de los ángulos que faltan en los triángulos P y Q, considerando que los ángulos interiores de un triángulo suman 180°, se observa que ambos triángulos tienen los mismos ángulos (ver figura), luego por el mismo criterio anterior los triángulos P y Q son semejantes, y por lo tanto II) es verdadera.



Por último, los triángulos P y Q de la figura III) también son semejantes y por el mismo criterio de semejanza, ya que se forman dos pares de ángulos alternos internos (β y γ), pues $L_1 // L_2$ y un par de ángulos opuestos por el vértice (α'), como se ve en la figura:



Luego, al ser los tres pares de triángulos semejantes, se tiene que la clave es E).

Esta pregunta, a pesar de requerir del conocimiento de temas muy recurrentes en la Enseñanza Media, y de conocimientos básicos de ángulos en el triángulo y de ángulos formados por rectas paralelas intersectadas por una transversal (estudiado en la Enseñanza Básica), resultó difícil, ya que lo contestó bien el 36,1% de los alumnos . Lo omitió el 32,2%.

El distractor más marcado fue A), con un 13% de los estudiantes que rindió la prueba. Ellos consideraron que en la figura II) y en la figura III) los triángulos no eran semejantes, esto quizás porque no calcularon el ángulo faltante de los triángulos en II) y en III), pensando así que como no les daban la medida de ningún ángulo, no podían determinar que eran semejantes.

PREGUNTA 47

En la figura 8, $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ y O es centro de la circunferencia. Si $\overline{AB} // \overline{DE}$, entonces el ángulo α mide

A) 10°
B) 40°
C) 20°
D) 70°
E) 80°

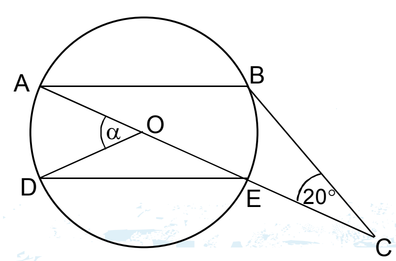


fig. 8

Comentario:

Esta pregunta apunta al contenido de Segundo año Medio relacionado con “Ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia”.

Los alumnos deben recordar el teorema que relaciona la medida de un ángulo del centro con la del correspondiente ángulo inscrito, el cual es, “En toda circunferencia la medida de un ángulo del centro es igual al doble de la medida de un ángulo inscrito que subtiende el mismo arco”.

Además, deben saber la propiedad que enuncia: “Los ángulos inscritos en una circunferencia que subtienden arcos congruentes son congruentes entre sí”.

Como $\overline{AB} \cong \overline{BC}$, se tiene que el Δ ABC es isósceles y por lo tanto el $\sphericalangle$ BCA = $\sphericalangle$ BAC = 20°.

Por otro lado, como $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$ se tiene que los arcos de circunferencia EB y AD son congruentes entre sí. Luego, como los ángulos BAE y AED subtienden estos arcos, respectivamente, se tiene que:

$$\sphericalangle \text{BAE} = \sphericalangle \text{AED} = 20°.$$

Ahora, $\sphericalangle$ AED es un ángulo inscrito que subtiende el arco AD y α es el ángulo del centro que subtiende el mismo arco, por lo tanto

$$\alpha = 2 \cdot \sphericalangle \text{AED}$$
$$\alpha = 2 \cdot 20°$$
$$\alpha = 40°,$$

valor que se encuentra en la opción B).

Otra forma de resolver el ítem es considerar que los ángulos BAE y AED son alternos internos y por lo tanto son iguales a 20°. Además, el triángulo DEO es isósceles de base $\overline{DE}$, lo que indica que los ángulos OED y ODE son iguales a 20°. Por último, el ángulo AOD es exterior del triángulo ODE, por lo cual α = 40°.

El ítem resultó difícil, puesto que lo contestó correctamente sólo el 29,5% de los estudiantes y tuvo una alta omisión, superando el 50%. Esto llama mucho la atención pues este es un contenido que se comienza a tratar en la Enseñanza Básica y es profundizado en la Enseñanza Media.

En C) se encuentra el error más recurrente por los estudiantes (9,4%), quizás ellos pensaron que el ángulo del centro y el ángulo inscrito que subtienden el mismo arco, son congruentes.

PREGUNTA 48

En la circunferencia de centro O de la figura 9, $\overline{AD}$ es diámetro y $\sphericalangle$ ABC = 2$\sphericalangle$ DAB. La medida del $\sphericalangle$ ABC es

A) 100°
B) 30°
C) 35°
D) 60°
E) 70°

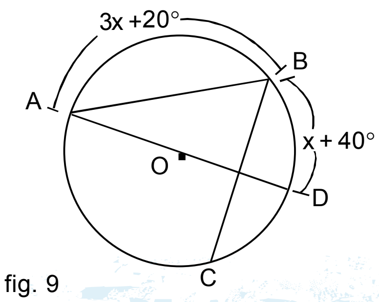


fig. 9

Comentario:

El ítem al igual que el anterior apunta al contenido de Segundo año Medio relacionado con “Ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia”. Además, debe tener la capacidad de plantear y resolver ecuaciones de primer grado.

El estudiante para determinar el valor de x debe darse cuenta que $\overline{AD}$ es un diámetro de la circunferencia y de esta manera, el ángulo del centro DOA es extendido (180°). Por tal razón, los arcos DB y BA suman 180° y se puede plantear la siguiente ecuación de primer grado.

$$3x + 20° + x + 40° = 180°$$
$$4x + 60° = 180°$$
$$4x = 120°$$
$$x = 30°$$

por lo que el arco DB mide x + 40° = 30° + 40° = 70°.

Como un ángulo inscrito mide la mitad del arco que subtiende, se tiene que $\sphericalangle \text{BAD} = \frac{1}{2} \cdot 70° = 35°$.

Por otro lado, del enunciado se tiene que $\sphericalangle$ ABC = 2$\sphericalangle$ DAB, lo que implica que el ángulo pedido es

$$\sphericalangle \text{ABC} = 2 \cdot 35° = 70°$$

medida que aparece en la opción E).

El ítem sólo lo contestó correctamente el 19,4% de los alumnos que rindieron la prueba, por lo que es considerado difícil. Además, lo omitió el 63,4% de estos alumnos. Llama la atención estos porcentajes, ya que estos contenidos deben ser tratados en clases, seguramente el problema es que este tipo de ejercicio no es trabajado en el aula.

El distractor D) fue el más marcado, con un 7,4% de adhesión. Para llegar a la medida indicada en este caso, se plantea y se resuelve bien la ecuación que permite encontrar el valor de x, pero luego es posible que cometan los siguientes errores: primero, considerar que la medida del arco DB sea el valor de x, o sea 30°, y luego considerar que el ángulo inscrito BAD mide lo mismo que el arco DB (30°) y no la mitad, y todo el resto del desarrollo lo hacen bien, llegando a la solución de 60°.

PREGUNTA 49

En la figura 10, **x** es igual a

A) $\frac{h}{g}$

B) $\frac{h}{g-h}$

C) $\frac{h}{h-g}$

D) $\frac{g}{h}$

E) $\frac{h}{g+h}$

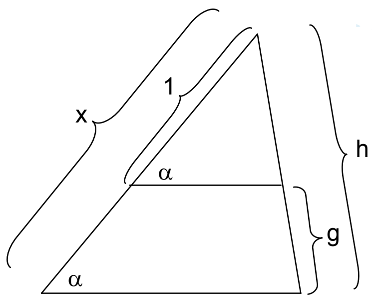
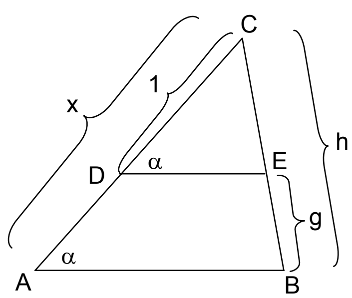


fig. 10

Comentario:

Es de Segundo año Medio el contenido al que apunta este ítem, que corresponde a la aplicación del Teorema de Thales en triángulos semejantes.

Este teorema establece que los lados homólogos de dos triángulos, son proporcionales entre sí.



En la figura anterior, los ángulos CDE y CAB son iguales a α, luego $\overline{DE} // \overline{AB}$, y por tanto Δ DEC ~ Δ ABC.

Esto permite establecer relaciones entre los lados homólogos de estos triángulos, lo que lleva a resolver el problema planteado, es decir,

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \qquad (1)$$

Antes de reemplazar en (1) por las expresiones que representan a las medidas de estos segmentos, hay que determinar previamente la expresión que representa al segmento CE. Para esto se tiene que:

$$CE + EB = CB$$
$$CE = CB - EB$$
$$CE = h - g$$

Luego, reemplazando en (1) por las expresiones respectivas, se tiene $\frac{1}{x} = \frac{h-g}{h}$, que al multiplicar cruzado y despejar x, permite llegar a $x = \frac{h}{h-g}$, expresión que se encuentra en la opción C).

Sólo el 20,5% de los estudiantes contestó correctamente el ítem, por lo que éste resultó estadísticamente difícil, además un 61,9% lo omitió, mostrando así que una gran cantidad de alumnos han visto superficialmente este contenido o sencillamente no lo han tratado.

De los alumnos que contestaron este ítem el 7,9% marcó el distractor A). En este caso, ellos establecieron la relación $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{EB}$, sin darse cuenta que los lados $\overline{CD}$ y $\overline{EB}$ no son homólogos y por tanto no se pueden relacionar.

PREGUNTA 50

Una persona está situada en el punto A, y tiene al frente dos postes $\overline{ED}$ y $\overline{BC}$ perpendiculares al plano, como se muestra en la figura 11. Si la distancia entre el punto A y el poste $\overline{BC}$ es (4x + 5) metros y la distancia entre los postes es (x + 5) metros, ¿cuántos metros separan a la persona (punto A) del poste $\overline{ED}$?

A) 1 metro
B) 9 metros
C) 6 metros
D) 3 metros
E) 30 metros

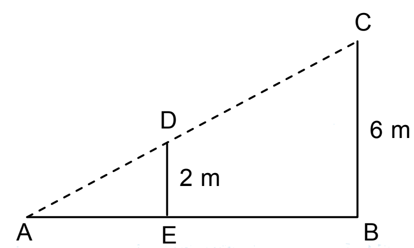
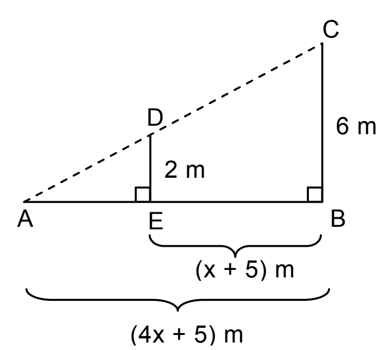


fig. 11

Comentario:

En este caso, nos enfrentamos a un problema contextualizado, que se resuelve aplicando el Teorema de Thales, contenido que se encuentra en Segundo año Medio. Además, los estudiantes deben saber resolver ecuaciones de primer grado fraccionarias simples.

Para visualizar mejor el problema, es bueno poner en la figura los datos entregados en el enunciado, tal como se muestra en la siguiente figura:



Para resolver el problema se debe encontrar los metros que separan a la persona (punto A) del poste $\overline{ED}$, o sea, la medida del segmento AE.

Como $\measuredangle$ AED = $\measuredangle$ ABC = 90°, se tiene que $\overline{ED} // \overline{BC}$, luego los triángulos AED y ABC son semejantes y se pueden establecer relaciones entre sus lados homólogos. En este caso la relación que se debe establecer es

$$\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \qquad (1)$$

Antes de reemplazar los datos de la figura en esta relación, hay que encontrar una expresión, en términos de x, que represente al segmento AE.

En efecto,

$$AE + EB = AB$$
$$AE + x + 5 = 4x + 5$$
$$AE = 4x + 5 - x - 5$$
$$AE = 3x$$

Ahora, reemplazando los datos en (1) se obtiene:

$$\frac{3x}{4x+5} = \frac{2}{6}$$

Una forma de resolver esta ecuación es multiplicando cruzado:

$$18x = 8x + 10$$
$$10x = 10$$
$$x = 1$$

Por último, como AE = 3x, se llega a que AE = 3 metros, respuesta que se encuentra en la opción D).

El distractor más marcado fue A) (1 metro), con un 5,8% de adhesión. Los alumnos se quedaron sólo con el valor de x, sin determinar la medida de $\overline{AE}$, esto debido probablemente a que no realizaron una buena lectura de la pregunta.

El problema resultó difícil, lo contestó correctamente el 27% de los estudiantes y lo omitió el 56,6%. Este último porcentaje es muy parecido al obtenido en el problema anterior, lo que avala el hecho del poco dominio que tienen los alumnos del Teorema de Thales.

PREGUNTA 51

En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 12, BC = 5 cm y BD = 4 cm. La medida de segmento AD es

A) $\frac{3}{2}$ cm

B) $\frac{9}{4}$ cm

C) $\frac{3}{4}$ cm

D) 4 cm

E) 9 cm

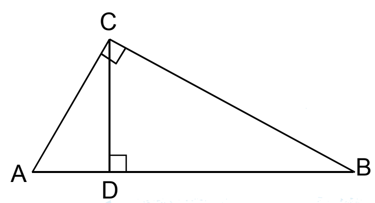


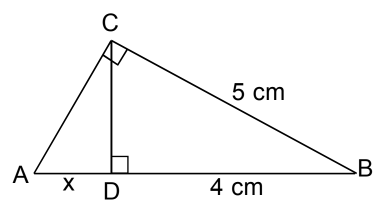
fig. 12

Comentario:

La pregunta apunta a un contenido de Tercer año Medio relacionado con la aplicación del teorema de Euclides.

El alumno debe saber que en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de un cateto es igual al producto de la medida de la hipotenusa por la medida de la proyección del cateto sobre la hipotenusa. Según la figura, esto sería

$$CB^2 = BD \cdot BA \qquad (1)$$



Es conveniente poner los datos que aparecen en el enunciado en la figura, para poder observar con que datos se cuenta y cuáles son los que faltan para resolver el problema, tal como se muestra en la figura anterior, donde x representa la medida del segmento pedido.

Si reemplazamos los datos dados en (1), se llega a una ecuación de primer grado que permite determinar la medida del segmento AD.

En efecto,

$$5^2 = 4 \cdot (x + 4)$$
$$25 = 4x + 16$$
$$9 = 4x$$
$$\frac{9}{4} \text{ cm} = x$$

Esta medida permite indicar que la clave es B).

Bastante difícil resultó el ítem, ya que sólo el 19,9% de los jóvenes que abordaron el ítem lo contestó correctamente. La omisión alcanzó al 63,3%, demostrando así que el teorema de Euclides es prácticamente desconocido para los estudiantes, pues en este caso se aplicaba el teorema en forma directa.

Uno de los distractores más marcado fue C). Los alumnos en este caso, es posible que determinaran que CD = 3 al aplicar el teorema de Pitágoras en el Δ DBC, luego aplicaron el teorema de Euclides relativo a la altura, pero en forma errónea, o sea, $3 = 4x$ en vez de $3^2 = 4x$.

PREGUNTA 52

En el triángulo rectángulo de la figura 13, tg α es igual a

A) $\dfrac{\sqrt{1-p^2}}{p}$

B) $\dfrac{p}{\sqrt{1-p^2}}$

C) $\dfrac{\sqrt{1+p^2}}{p}$

D) $\dfrac{p}{\sqrt{1+p^2}}$

E) $\dfrac{1}{\sqrt{1-p^2}}$

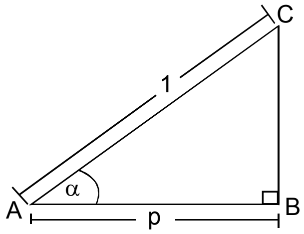


fig. 13

Comentario:

El contenido involucrado en el ítem está relacionado con las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, tópico que se encuentra en Tercer año Medio.

En la pregunta se pide por la tangente del ángulo α en función de p, por lo tanto el alumno debe recordar que ésta corresponde a la razón entre el cateto opuesto a este ángulo y el cateto adyacente al mismo.

De la figura se observa que el cateto adyacente a α es p, y que se debe calcular el cateto opuesto, en función de p, aplicando el teorema de Pitágoras.

En efecto,

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$p^2 + BC^2 = 1^2$$
$$BC^2 = 1 - p^2$$
$$BC = \sqrt{1-p^2}$$

Luego, $$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{\sqrt{1-p^2}}{p}$$

expresión que se encuentra en la opción A).

También, al igual que el anterior este ítem resultó difícil, el 21,4% de los estudiantes lo contestó correctamente, y el 68,8% lo omitió, lo cual llama mucho la atención pues sólo hay que aplicar el teorema de Pitágoras (tratado en la Enseñanza Básica) y la definición de tangente.

El distractor C) fue el más marcado por los postulantes. En este caso la equivocación estuvo seguramente en la mala aplicación del teorema de Pitágoras, confundiendo la hipotenusa con el cateto, y no en la definición de tangente.

El planteamiento que quizás hicieron los alumnos fue:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$
$$1 + p^2 = BC^2$$
$$\sqrt{1+p^2} = BC$$

luego, $$\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{1+p^2}}{p}$$

PREGUNTA 53

La figura 14 es un cubo. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) Las rectas AD' y BC' son paralelas.
II) Las rectas A'B y DC' son paralelas.
III) Las rectas A'D y BC' no se intersectan.

A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) I, II y III

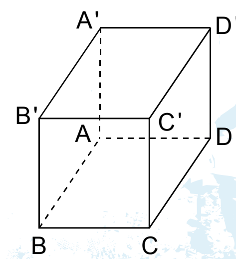


fig. 14

Comentario:

Este ítem apunta a un contenido de Cuarto año Medio relacionado con "Rectas en el espacio, oblicuas y coplanares", que requiere del alumno un desarrollo de la habilidad espacial, y tener claro el concepto de rectas paralelas en el espacio, es decir, deben saber que "Dos rectas son paralelas, si son coplanares y no tienen puntos en común".

Además, deben saber que: "Si dos rectas en el espacio están en planos paralelos, entonces no se intersectan, y que dos rectas pertenecientes a planos paralelos son paralelas si son coplanares y son alabeadas si no son coplanares".

Para determinar el valor de verdad de la afirmación I) se debe reconocer que las rectas AD' y BC' son diagonales de dos caras opuestas del cubo y que ellas están contenidas en un mismo plano, luego son paralelas, y por tanto esta afirmación es verdadera.

En la afirmación II) las rectas A'B y DC' también son diagonales de dos caras opuestas del cubo, pero ellas no están contenidas en un mismo plano, por lo tanto estas rectas son alabeadas y no paralelas como se afirma, lo que implica que II) es falsa.

Por otro lado, las rectas A'D y BC' son diagonales de dos caras opuestas del cubo, o sea, pertenecen a planos paralelos y por tanto no hay un punto en común entre ellas, lo que indica que la afirmación III) es verdadera.

Por lo anterior, la opción correcta es D).

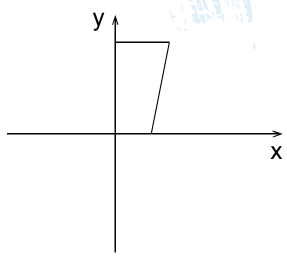
El 26,4% de los estudiantes que abordó esta pregunta consideró que la clave era el distractor E), es decir ellos pensaron que la afirmación II) también era verdadera. Esto indica que estos jóvenes posiblemente tienen mal internalizado el concepto de rectas paralelas en el espacio y por esto no saben diferenciarlas de las alabeadas.

La pregunta resultó difícil, la contestó correctamente el 22,5% de los postulantes y la omitió el 26,5%.

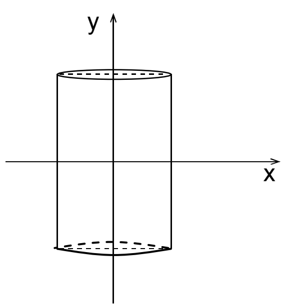
PREGUNTA 54

Si el trapecio de la figura 15 y su simétrico respecto al eje x se giran en forma indefinida en torno al eje y, ¿cuál de las siguientes opciones representa mejor el cuerpo generado?

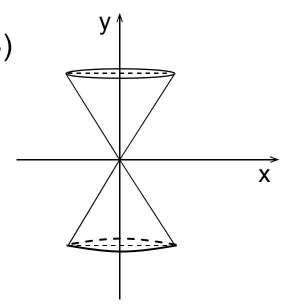
fig. 15



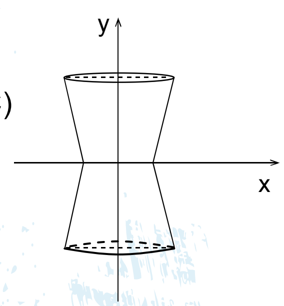
A)



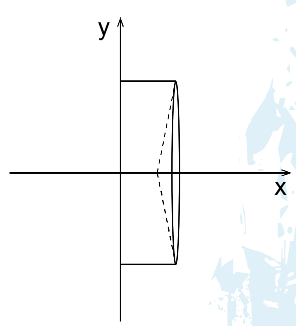
B)



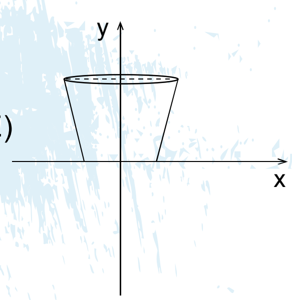
C)



D)



E)



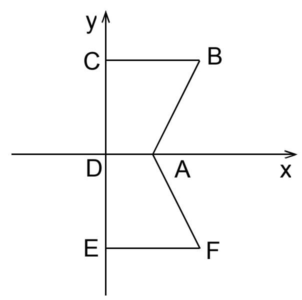
Comentario:

En Cuarto año Medio se encuentra el contenido al que apunta el ítem, y que tiene relación con “Problemas sencillos de cuerpos generados por la rotación de figuras planas”.

El estudiante además, debe saber determinar la figura simétrica de una figura plana dada y haber desarrollado su habilidad espacial.

Para encontrar el cuerpo generado que se pide en el problema, primero hay que determinar la figura geométrica que se hará girar indefinidamente en torno al eje y.

En efecto, en la siguiente figura se muestra el trapecio simétrico (ADEF) del trapecio dado (ABCD), con respecto al eje x.



Ahora, al hacer girar indefinidamente la figura completa (EFABC) en torno al eje y, se obtiene el cuerpo generado que aparece en la opción C).

La omisión a esta pregunta fue del 34,9%, lo que indica que hay mucho desconocimiento del tema por parte de los postulantes. Por otro lado, la pregunta resultó difícil ya que la contestó correctamente el 34,1% de ellos.

El distractor más marcado fue E), con un 20,7% de adhesión. En este caso parece que no fue bien leído el enunciado, pues sólo se hizo girar el trapecio dado en la figura, sin determinar previamente su simétrico.

Proceso de Admisión 2009

¡Tenga presente desde ahora!

ELEMENTOS NECESARIOS

- Cédula Nacional de Identidad o Pasaporte.
- Tarjeta de Identificación.
- Lápiz Grafito Nº 2.
- Goma de Borrar.

ELEMENTOS NO PERMITIDOS

(Válido para Postulantes y Examinadores).

- Bolsos, Carteras y Mochilas.
- Calculadoras.
- Pda.
- Celulares.
- Mp3.
- Cámaras Fotográficas.
- Cualquier elemento que pueda servir para sustraer o copiar información de los folletos.
- Elementos que atenten contra el normal desarrollo del Proceso de Aplicación de Pruebas.

Nota: Los locales de aplicación de pruebas no cuentan con dependencias y/o personal para el almacenamiento de objetos no permitidos.


Control de calidad
RAYOS X
RAYOS X
NO DESPERDICIES TU TALENTO.
Prepara la PSU®
con los que hacen la PSU®.
DE MANERA EXCLUSIVA:
psu
RESOLUCIÓN
FACSÍMIL
Jueves 21 de agosto: Resolución Facsímil Real Prueba: Historia y Ciencias Sociales, Parte III.
Jueves 28 de agosto: Resolución Facsímil Real Prueba: Ciencias, Parte III.
Jueves 04 de septiembre: Publicación Universidades del Consejo de Rectores: Zona Norte.
Jueves 11 de septiembre: Publicación Universidades del Consejo de Rectores: Zona Sur.
El Mercurio, te enseña a preparar la PSU® y potenciar tu aprendizaje con las publicaciones oficiales desarrolladas por el Consejo de Rectores y la Universidad de Chile. Toda la información para el proceso de admisión 2009, está sólo en El Mercurio.
EL MERCURIO
Acompaña tu educación